

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ОДЕСЬКА ПОЛІТЕХНІКА»

Методичні вказівки для виконання лабораторних робіт по дисципліні «Теорія прийняття рішень» для підготовки здобувачів за спеціальністю 122 – Комп'ютерний дизайн.

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ ТА НАУКИ УКРАЇНИ  
НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ОДЕСЬКА ПОЛІТЕХНІКА»

Методичні вказівки для виконання лабораторних робіт по дисципліні «Теорія прийняття рішень» для підготовки здобувачів за спеціальністю 122 – Комп'ютерний дизайн.

Затверджено  
на засіданні кафедри  
Інформаційних технологій  
проектування та дизайну  
Протокол № \_\_ від 13.04.2023

Методичні вказівки для виконання лабораторних робіт «Теорія прийняття рішень» для підготовки здобувачів за спеціальністю 122 – Комп’ютерний дизайн./ Укл.: О.О. Якімов, В.О. Вайсман, Л.В. Бовнегра, К.Г. Кіркопуло – Одеса: НУ «Одеська політехніка», 2023. – 60 с.

Укладачі: О.О. Якімов, д.т.н., професор  
В.О. Вайсман, д.т.н., проф.  
Л.В. Бовнегра, к.т.н., доцент  
К.Г. Кіркопуло, PhD, доц.

## Зміст

Зміст .....	3
Лабораторна робота №1. Використання методу експертних оцінок в процесі прийняття рішення .....	4
Лабораторна робота №2. Рішення задач лінійного програмування і аналіз чутливості за допомогою MS Excel. ....	11
Лабораторна робота № 3. Рішення задач лінійного програмування і аналіз чутливості за допомогою MS Excel. ....	16
Лабораторна робота № 4. Методи прийняття рішень в задачах векторної оптимізації .....	33
Лабораторна робота № 5. Прийняття рішення в умовах ризику .....	36
Лабораторна робота № 6. Теорія ігор і прийняття рішень в умовах невизначеності .....	42
Лабораторна робота № 7. Прийняття рішень в умовах визначеності за допомогою методу аналізу ієрархій (MAI). ....	48

## Лабораторна робота №1. Використання методу експертних оцінок в процесі прийняття рішення

**Мета:** «Основною метою роботи є навчитися працювати в команді і приймати найпростіші рішення методом ранжирування різних альтернатив, а так само розподіляти думки аналітиків і експертів».

**Завдання:** По завершенню виконання лабораторної роботи потрібно вміти розподіляти альтернативи; Розподіляти вагові коефіцієнти і проводити ранжування альтернатив. На основі отриманих результатів приймати обґрунтовані рішення.

**Прийняття рішення** - це вибір одного з безлічі розглянутих допустимих варіантів. Зазвичай їх число звичайно, а кожен варіант вибору означає якийсь результат (економічний ефект, прибуток, виграш, корисність, надійність і т.д.), що допускає кількісну оцінку. Такий результат зазвичай називається корисністю рішення. Таким чином, шукається варіант з найбільшим значенням корисності рішення. Можливий і підхід з мінімізацією протилежної оцінки, наприклад, негативною величини корисності. Часто на практиці зустрічається ситуація, коли кожному варіанту рішення відповідає єдиний результат (детермінованість вибору рішення), хоча можливі й інші випадки, наприклад, коли кожному варіанту  $i$  і умові  $j$ , що характеризує корисність, відповідає результат рішення  $x_{ij}$ . Таким чином, можна говорити про матрицю рішень  $\|x_{ij}\|$ ,  $i=1,2,..,m$ ;  $j=1,2,..,m$ . Щоб оцінити рішення, необхідно вміти оцінювати всі його наслідки. Існують різні підходи для такої оцінки. Наприклад, якщо рішення альтернативні, то можна наслідки кожного з них характеризувати сумою його найбільшого і найменшого результатів, максимумом з можливих таких сум, максимумом з максимумів по всіх варіантах (оптимістична позиція вибору), максимумом з середнього арифметичного (нейтральна позиція вибору), максимумом з мінімуму (песимістична позиція) та інші.

**Вибір рішення** - заключний і найбільш відповідальний етап процесу *прийняття рішень*. Тут *ОПП* має осмислити отриману на етапах постановки задачі і формування рішень інформацію і використовувати її для обґрунтування вибору. В реальних задачах *прийняття рішень* до початку етапу вибору рішення ще зберігається велика невизначеність, тому відразу здійснити вибір єдиного рішення з безлічі допустимих рішень практично дуже складно. Тому використовується принцип послідовного зменшення невизначеності, який полягає в послідовному трьох етапну (зазвичай) звуженні безлічі рішень. На першому етапі вихідна безліч альтернативних рішень  $Y$  звужується (використовуючи обмеження на ресурси) до безлічі прийнятних або допустимих рішень  $Y_1 \subseteq Y$ . На другому етапі безліч допустимих рішень  $Y_1$  звужується (враховуючи критерій оптимальності) до безлічі ефективних рішень  $Y_2 \subseteq Y_1$ . На третьому етапі здійснюється вибір (на основі критерію вибору і додаткової інформації, в тому числі і експертної) єдиного рішення  $Y^* \in Y_2$ .

### **Види завдань прийняття рішень**

Прикладний аналіз розглядає прийняття рішення як **вибір** найкращої з можливих альтернатив. Більш широко можна трактувати процес прийняття рішень як впорядкування альтернатив з точки зору їх перевагу.

### **Раціональні дії при підготовці та прийнятті рішень**

Приймаючи рішення, ЛПП **найчастіше неусвідомлено** виконує наступні дії:

- розглядає кілька альтернатив,
- вибирає критерії порівняння альтернатив,

– оцінює альтернативи за обраними критеріями і визначає найкращу за результатами порівняння з його точки зору.

Тут істотні наступні моменти:

а) елементи процесу прийняття рішення часто вже не усвідомлюються ЛПР в явному вигляді. Це може стосуватися як альтернатив, так і критеріїв.

б) критерії майже завжди мають різну важливість з точки зору ОПР.

в) поняття «найкраща альтернатива» суб'єктивно. При цьому суб'єктивізм проявляється на всіх етапах прийняття рішення: при формуванні списку можливих альтернатив, при виборі критеріїв порівняння, при оцінці порівняльної важливості критеріїв і, природно, при оцінці альтернатив за критеріями.

Раціональна технологія прийняття рішень покликана, перш за все, перевести всі відповідні дії в явну, усвідомлену форму як з метою мінімізації можливих помилок, так і з метою застосування спеціально розроблених прийомів для досягнення найкращого результату.

Облік особливостей, наведених вище, а також накопичений практичний досвід, дозволяють виділити три основні моменти, необхідних для якісного виконання підготовки і прийняття рішень:

– **альтернативність,**

– **багатокритеріальність,**

– **врахування думок аналітиків і експертів.**

***Альтернативність.*** Нерідкі випадки, коли готується тільки один варіант рішення. При цьому неявно передбачається, що підготовлюваний варіант свідомо є найкращим. Однак, з одного боку, думка осіб, які готують проект рішення, і ЛПР не завжди збігаються і, з іншого боку, відсутність явного порівняння альтернатив загрожує серйозними помилками. Тому раціональний підхід будується на виявленні по можливості всіх наявних альтернатив з подальшим їх явним зіставленням.

***Багатокритеріальність.*** Взагалі кажучи, зіставлення альтернатив можна виконувати без критеріїв, на якісному рівні. Однак, можна досягти більш точного результату, якщо в процесі зіставлення використовують оцінки за кількома критеріями, т. Е. Проводять багатокритерійний аналіз (МК-аналіз). Некритеріальний спосіб застосовується або при обмеженому часу на прийняття рішення, або при неможливості (затруднительности) використання критеріальних оцінок. Другий спосіб дозволяє відповісти не лише на питання "що краще?", А й на питання "чому?". Тому він є кращим, хоча і більш трудомістким.

***Облік думок аналітиків і експертів.*** Використання суджень аналітиків і експертів очевидно в разі відсутності об'єктивних даних. Менш очевидна, але не менш значима корисність таких оцінок також і при наявності об'єктивної інформації. Наприклад, нехай правильно пораховані витрати на якийсь інвестиційних проект рівні 500 тис. грн. Очевидно, що сама по собі ця цифра нічого не означає. Тільки аналітик-економіст при заданих зовнішніх умовах і з урахуванням конкретних умов проекту може зробити висновок про прийнятність таких витрат.

Вкрай важлива особливість - можливе розбіжність думок експертів при аналізі певного виду рішення. Це становить особливу проблему, яка потребує грамотного рішення. Коректна обробка різних думок в даному випадку може бути побудована на аналізі узгодженості суджень.

### ***Методи оцінки порівняльної важливості критеріїв***

Як зазначалося вище, впорядкованість критеріїв за важливістю залежить від того, з точки зору чийх інтересів ранжуються альтернативи. Отже, основне завдання тут - по можливості повно і чітко визначити ці інтереси. Останнім часом розроблений ряд методів як для виявлення переваг ОПР щодо порівняльної важливості критеріїв, так і, особливо, для обліку цих переваг при побудові ранжування альтернатив. До найбільш поширених методів можна віднести:

- метод парних порівнянь,
- метод множинних порівнянь,
- пряме ранжування критеріїв,
- стратифікація критеріїв (зазвичай з використанням якісної шкали).

Стратифікацією називається розбиття множини критеріїв на впорядковані підмножини. Ці підмножини називаються "стратами". Їх найменування і трактування визначаються заздалегідь і відображають рівні важливості критеріїв.

При методі парних порівнянь критерії порівнюються попарно і фіксується один з чотирьох можливих результатів:

1. К (1) краще К (2),
2. К (2) краще К (1),
3. К (1) еквівалентний К (2),
4. К (1) непорівнянний з К (2).

Далі, для побудови, наприклад, ранжування критеріїв застосовується один з відомих методів обробки результатів парних порівнянь.

Метод множинних порівнянь відрізняється від парних тільки тим, що в одному сеансі порівняння беруть участь не два, а більше число критеріїв (найчастіше - три).

При прямому ранжируванні або стратифікації критеріїв може виникнути дві ситуації. Перша - експерти і ЛПР досягли згоди і побудували єдину ранжування (стратифікацію), що задовольняє всіх. Друга - єдиної думки досягти не вдалося. У цьому випадку кожен експерт (ЛПР) дає свою ранжування (стратифікацію). Тоді виникає необхідність використовувати методи побудова узагальненої (компромісною) ранжування (стратифікації) на основі індивідуальних.

### **Основні етапи процесу підготовки рішення**

Уявімо технологію ПР у вигляді послідовності етапів. Будемо виходити з припущення, що ПР засноване на експертних оцінках. Ті етапи, які виконуються не завжди, а тільки в разі використання критеріальних методів, укладені в квадратні дужки.

- Етап 1: Уточнення мети і постановка ЗПР.
- Етап 2: Формування набору альтернатив.
- [Етап 2а:] Формування набору критеріїв оцінки альтернатив.
- Етап 3: Формування експертної комісії (аналітичної групи).
- Етап 4: Підготовка даних для експертизи і винесення суджень аналітиками.

[Етап 4а:] Аналіз думок про порівняльну важливість критеріїв.

- Етап 5: Експертна оцінка альтернатив і винесення суджень аналітиками.
- Етап 6: Обробка і аналіз даних.
- Етап 7: Вироблення рекомендацій по ПР.

### ***Прийняття рішень без експертизи***

Така ситуація виникає, коли ЛПР або аналітики володіє всією необхідною інформацією, але очевидного вибору немає. Якщо взяти для прикладу критеріальну модель і дві альтернативи, то типова ситуація коли перша альтернатива перевершує другу за одними критеріями, а друга перевершує першу по іншим. У цих випадках необхідно максимально точно виявити переваги ОПР щодо порівняльної важливості критеріїв і вибрати адекватний метод обробки критеріальних значень. Для вирішення цих завдань розроблені спеціальні прийоми, розраховані на діалог з ЛПР. В ході діалогу детально виявляються і уточнюються думки ЛПР і потім відповідним чином обробляється матриця критеріальних оцінок. Використання систем такого типу істотно полегшує процес прийняття рішення, структурує його, страхує від можливих помилок і значно підвищує ймовірність вироблення успішного вирішення.

### ***Прийняття рішень на основі експертизи***

Раніше зазначалося, що використання суджень експертів і аналітиків необхідно не тільки в разі відсутності об'єктивних даних, але грає ключову роль в інтерпретації конкретних кількісних і якісних даних з урахуванням специфіки як конкретного варіанту рішення, так і конкретного ОПР. Разом з тим, використання таких суджень породжує ряд проблем, головні з яких: – забезпечення достовірності і несуперечності суджень, – можлива неузгодженість суджень різних компетентних осіб, – необхідність коректної побудови узагальненого (узгодженого, компромісного) думки, – необхідність захисту від маніпулювання.

**Маніпулювання** - свідоме спотворення експертом своїх оцінок з метою лобювання певних варіантів рішень.

Ці проблеми можуть бути вирішені двома різними способами. **Перший** заснований на використанні спеціальної процедури для зближення думок в ході групового обговорення проблеми. **Другий** базується на автоматизованому побудові узагальненого думки і не передбачає перегляду аналітиками своїх початкових суджень з метою їх зближення.

Особлива проблема - допустимість заміни індивідуальних думок узагальненим. Найчастіше вона вирішується позитивно і не тільки тому, що забезпечує демократичний спосіб прийняття рішень, який більшості людей представляється найбільш справедливим. Головна причина використання компромісних думок полягає в тому, що в деяких випадках без них завдання ПР не може бути вирішена в принципі. Якщо аналітики і / або ОПР не хочуть або не можуть виробити єдиної думки, а прийняти рішення необхідно, то єдиний шлях - використання узагальнених (компромісних) думок.

### ***Побудова узагальненої думки***

Методи цієї групи дозволяють безпосередньо побудувати узагальнену думку на основі думок окремих експертів. Наприклад, якщо індивідуальні думки виражені у вигляді ранжировок, то компромісна думка теж може бути виражена ранжуванням. Один з найбільш відомих методів побудови узагальненої ранжування запропонований американським економістом і математиком Кемені і носить ім'я "Медіана Кемені". Суть

методу полягає в побудові такої ранжування, сумарне відстань від якої до індивідуальних ранжировок мінімально. Реалізація методу досить складна, проте розвинені комп'ютерні СППР зазвичай забезпечені подібними засобами.

**Система прийняття рішень** - сукупність організаційних, методичних, програмно-технічних, інформаційно-логічних і технологічних забезпечень прийняття рішень для досягнення поставлених цілей.

Загальна **процедура прийняття рішень** може складатися з наступних етапів:

- аналіз проблеми та середовища (цілі прийняття рішення, їх пріоритети, глибина і обмеження розгляду, елементи, зв'язку, ресурси середовища, критерії оцінки);
- постановка задачі (визначення специфікацій завдання, альтернатив і критеріїв вибору рішення);
- вибір (адаптація, розробка) методу розв'язання задачі;
- вибір (адаптація, розробка) методу оцінки рішення;
- рішення задачі (математична і комп'ютерна обробка даних, імітаційні та експертні оцінки, уточнення і модифікація, якщо це необхідно);
- аналіз і інтерпретація результатів.

Завдання *прийняття рішень* можуть бути поставлені і вирішені в умовах детермінованих (визначеності, формалізованості і єдиності цільової функції, її кількісної оцінюваності), ризику (можливі рішення, результати розподілені вероятносно) і недетермінованих (невизначеності, неточності, поганий формалізуємости інформації).

#### **Хід роботи:**

1. Вивчіть предметну область прийняття рішення;
2. Придумати не менше 25 критеріїв;
3. Окремо один від одного кожен з експертів повинен зробити ранжування критеріїв (ранжування проходить по 25 бальною шкалою);
4. Складіть табличну форму, в якій повинні бути відображені самі критерії і відповідне їх ранжування кожним з експертів (експертів вибрати не менше трьох з вашої групи);
5. Знайдіть середнє значення по кожному критерію окремо;
6. Вивчивши отримані середні значення необхідно так само їх ранжувати виходячи з 25 бальної шкали;
7. Після підсумкового ранжирування зробити обґрунтований висновок;
8. Скласти докладний звіт по виконаній роботі;
9. Для задачі роботи надати звіт по роботі і розрахунок середніх значень в електронних таблицях.

#### **ПРИКЛАД ВИКОНАННЯ РОБОТИ**

Предметна область: «Будівництво»

**Мета:** Необхідно прийняти рішення про будівництво супермаркету на периферії міста, будівля передбачається двох поверхова із загальною площею 350 кв. м.

**Опис:** У розробці рішення приймають участь три експерти.



Список критеріїв:

- У місці будівництва всього два 9-й поверхові будинки;
- Поруч з будівлею буде перебувати дитячий сад;
- складських приміщень поруч немає;
- Автобуси ходить раз на три години;
- Найближча автобусна зупинка знаходиться в 500 метрах від передбачуваної споруди;

Ранжування критеріїв кожним з трьох експертів:

Так як в даному прикладі всього 5 критеріїв, отже, ранжування буде проходити за п'ятибальною шкалою (Одиниця матиме найбільшу вагу, отже, процес виставлення оцінок критеріям буде проходити з найвищого значення по суті але не по реальному значенню).

**Пояснення: всі оцінки критеріям експертами виставляються виключно керуючись особистою думкою самого експерта незалежно від інших.**

Експерт\_1

№ крит	Критерій	Оцінка експерта
1	У місці будівництва всього два 9-й поверхові будинки	3
2	Поруч з будівлею буде перебувати дитячий сад	2
3	Складських приміщень поруч немає	1
4	Автобуси ходить раз в три години	5
5	Найближча автобусна зупинка знаходиться в 500 метрах від передбачуваної споруди	4

Експерт\_2

№ крит	Критерій	Оцінка експерта
1	У місці будівництва всього два 9-й поверхові будинки	1
2	Поруч з будівлею буде перебувати дитячий сад	3
3	Складських приміщень поруч немає	4
4	Автобуси ходить раз о третій годині	5
5	Найближча автобусна зупинка знаходиться в 500 метрах від передбачуваної споруди	2

Експерт\_3

№ крит	Критерій	Оцінка експерта
1	У місці будівництва всього два 9-й поверхові будинки	3
2	Поруч з будівлею буде перебувати дитячий сад	5
3	Складських приміщень поруч немає	4
4	Автобуси ходить раз о третій годині	1
5	Найближча автобусна зупинка знаходиться в 500 метрах від передбачуваної споруди	2

Загальна таблиця ранжирування:

№ крит	Критерій	E1	E2	E3
1	У місці будівництва всього два 9-й поверхові будинки	3	1	3
2	Поруч з будівлею буде перебувати дитячий сад	2	3	5
3	Складських приміщень поруч немає	1	4	4
4	Автобуси ходить раз о третій годині	5	5	1
5	Найближча автобусна зупинка знаходиться в 500 метрах від передбачуваної споруди	4	2	2

Знайдемо середнє значення виходячи з оцінок поставлених експертами кожному з критеріїв:

№ крит	Критерій	E1	E2	E3	серед
1	У місці будівництва всього два 9-й поверхові будинки	3	1	3	2,3
2	Поруч з будівлею буде перебувати дитячий сад	2	3	5	3,3
3	Складських приміщень поруч немає	1	4	4	3,0
4	Автобуси ходить раз о третій годині	5	5	1	3,7
5	Найближча автобусна зупинка знаходиться в 500 метрах від передбачуваної споруди	4	2	2	2,7

Проведемо повторне ранжування критеріїв виходячи з значень середник оцінок по кожному з критеріїв:

№ крит	Критерій	E1	E2	E3	серед	ранж серед
1	У місці будівництва всього два 9-й поверхові будинки	3	1	3	2,3	1
2	Поруч з будівлею буде перебувати дитячий сад	2	3	5	3,3	4
3	Складських приміщень поруч немає	1	4	4	3,0	3
4	Автобуси ходить раз о третій годині	5	5	1	3,7	5
5	Найближча автобусна зупинка знаходиться в 500 метрах від передбачуваної споруди	4	2	2	2,7	2

Виходячи з проведеного дослідження отримано, що найважливішим критерієм є те, що в місці передбачуваного будівництва є всього два дев'ятиповерхові будинки раз о третій годині, а самим незначним, що автобус ходить. Таким чином, можна зробити наступний висновок: Будівництво супермаркету можливо, якщо буде забезпечений ще один автобус і час хоча б скоротиться на дві години (між автобусам).

## **Лабораторна робота №2. Рішення задач лінійного програмування і аналіз чутливості за допомогою MS Excel.**

**Мета:** Навчитися аналізувати та вміти формалізувати вихідну проблему для подальшої побудови математичної моделі..

Порядок виконання роботи:

1. Вивчення теорії і прикладу.
2. Побудова математичної моделі проблеми у вигляді задачі лінійного програмування.
3. Рішення завдання з використанням надбудови Пошук рішення пакета MS Excel.
4. Аналіз чутливості рішення з використанням сценаріїв.
5. Складання звіту по лабораторній роботі, в якому представляється:
  - формулювання індивідуального завдання;
  - математична модель і пояснення до її побудови;
  - скрін екрану монітора, що містить табличну модель задачі, скрін звітів за результатами, стійкості і меж, а також скрін звіту за сценаріями з змістовними поясненнями до них;
  - висновки по лабораторній роботі.

Процес прийняття управлінського рішення можна уявити як послідовність виконання наступних дій (етапів вироблення рішення).

**I. Аналіз ситуації і формалізація вихідної проблеми.** На цьому етапі потрібно просто чітко сформулювати проблему, зрозуміти і сформулювати цілі, які хочеться досягти у вигляді рішення проблеми. Іншими словами, треба поставити проблему, чітко визначити цілі, можливі рішення і фактори, що впливають на рішення проблеми. Часто результат цього етапу подають як формальної моделі проблеми (поки записаної звичайною мовою), де були б зібрані воедино мети, рішення і фактори і де б була присутня основа для формалізації відносин між ними.

**II. Побудова математичної моделі,** т. Е. Переклад формальної моделі, побудованої на попередньому етапі, на мову математичних відносин.

**III. Аналіз математичної моделі і отримання математичного вирішення проблеми.** На цьому етапі аналізується побудована математична модель, перевіряється адекватність моделі і знаходиться рішення математичної задачі, яка витікає з цієї моделі. Якщо для вирішення математичної задачі використовується обчислювальна техніка, то попередньо будується також комп'ютерна модель задачі. Зазвичай цей етап найбільш простий з усіх етапів процесу прийняття рішення, оскільки тут, як правило, використовуються відомі й апробовані алгоритми розв'язання математичних задач.

**IV. Аналіз математичного вирішення проблеми і формування управлінського рішення.** На цьому етапі аналізується отримане математичне рішення (виконується так званий аналіз чутливості), і потім на основі цього математичного рішення формується управлінське рішення. Після виконання цих етапів слід етап реалізації прийнятого рішення.

**I. Розглянемо перший етап процесу прийняття рішення: аналіз проблеми та формалізація вихідної проблеми.** Цей етап можна розглядати як першу стадію переходу від реального світу до комп'ютерного подання проблеми.

На даному етапі треба чітко сформулювати свою проблему, зрозуміти і сформулювати цілі, які хочеться досягти у вигляді рішення проблеми. Іншими словами, треба чітко поставити проблему. Тому на даному етапі на простому російською мовою треба

- ◆ сформулювати проблему, по можливості максимально чітко;
- ◆ сформулювати цілі, які повинні бути досягнуті в результаті реалізації знайденого рішення;
- ◆ вказати, що вважати вирішенням проблеми (рішення має гарантувати досягнення цілей);
- ◆ виявити і описати можливості досягнення цілей;
- ◆ виявити і описати фактори, від яких може залежати вирішення проблеми;
- ◆ виявити і описати обмеження, що перешкоджають досягненню цілей;
- ◆ описати можливі альтернативні способи вирішення проблеми.

Ці пункти і складають формальну модель проблеми. Таким чином, формальна модель - це просто чіткий опис вашої проблеми, в якому необхідно виділити перелічені пункти. Нехай якийсь лакофарбовий завод «Олімп», в зв'язку зі зміною кон'юнктури ринку хоче розробити новий виробничий план для випуску фарби типів А і Б, не чіпаючи поки виробництво іншої продукції. Припустимо, що «Олімп» має місячний цикл виробництва. Таким чином, потрібно визначити, скільки в місяць слід проводити фарби типу А і скільки - типу Б. Відповідь начебто просте: чим більше, тим краще, звичайно, з урахуванням виробничих можливостей. Отже, ось перша мета - збільшити до максимуму виробництво як продукції А, так і продукції Б. Припустимо, виробничі потужності дозволяють випускати в місяць сумарно 500 т фарби всіх типів. Ось з'явилося перше обмеження - загальна кількість фарби типів А і Б не повинно перевищувати 500 т.

Як видно, першу мету досягти можна, однак проблема залишається погано поставленою, оскільки дає неоднозначне рішення. Тому згадаємо, що будь-яке виробництво має приносити прибуток. Тепер можна сформулювати другу мету - виробничий план повинен приносити максимальний прибуток. Нехай одна тонна фарби А приносить в середньому 2000 грн. прибутку, а одна тонна фарби Б - 2500 грн. Тут величини питомого прибутку (тобто прибутку на одну тону фарби) є факторами, які впливають на кінцеву мету.

На цьому кроці ми зробили величезну спрощення реальної ситуації, т. К. Питома прибуток будь-якого виробленого виробу залежить від багатьох факторів (кон'юнктури ринку, вартості вихідних матеріалів, собівартості виробництва, рівня рентабельності і т. Д.) І не є величиною постійною навіть протягом відносно невеликого часового проміжку. Тим більше складно передбачити і трудомістким підрахувати її значення на майбутній більш-менш тривалий період часу. Можна тільки оцінити майбутню питома прибуток, та й то з певним ступенем точності. Нехай у нашому прикладі отримані оцінки майбутньої питомого прибутку виробництва фарби типу А: від 1500 до 2300 грн., А фарби типу Б: від 2100 до 3000 грн. Наведені вище величини питомих прибутків 2000 і 2500 грн. є найбільш

ймовірними очікуваними значеннями. Далі саме ці величини приймемо за значення питомих прибутків, а можливі наслідки від їх неточного завдання розглянемо при проведенні аналізу отриманого рішення.

Очевидно, що для досягнення другої мети треба робити тільки фарбу типу Б і забути про фарбу типу А. Проте відділ маркетингу вимагає, щоб фарби типу А вироблялося не менше 200 т на місяць, оскільки є договори на таку кількість, а фарбу типу Б не можна виробляти більше 150 т, оскільки більшу кількість важко реалізувати. Отже, маємо ще два обмеження: вироблену кількість фарби А повинно бути не менше 200 т, а фарби Б - не більше 150 т.

При таких обмеженнях навіть начальник виробництва складе план: треба виробляти 350 т фарби А і 150 т фарби Б. Цей план враховує тільки обмеження по виробничим потужностям та маркетингові обмеження. Але для виробництва будь-якої продукції потрібні ще вихідні матеріали. Нехай на виготовлення фарб А і Б необхідно сировину трьох видів відповідно до наступної таблиці.

	Фарба А, кг	Фарба Б, кг	Місячний запас, т
Сировина 1	50	100	50
Сировина 2	70	80	30
Сировина 3	40	70	25

У цій таблиці показано, скільки і якої сировини необхідно для виробництва однієї тонни фарби А і однієї тонни фарби Б, а також величини місячних запасів цієї сировини. Очевидно, що загальна кількість сировини, що використовується для виробництва фарби, не повинно перевищувати їх місячні запаси. Таким чином, маємо ще три обмеження - по одному для кожного типу сировини. З урахуванням цих обмежень виробничий план «на пальцях» вже не підрахуєш.

Тут зроблено ще одне істотне спрощення реальної ситуації - реальний процес виробництва чого б то не було залежить не тільки від наявності вихідних матеріалів, необхідних для створення кінцевого продукту, але і від багатьох інших чинників: наявності достатніх виробничих потужностей, наявності робочої сили, періодичності надходження вихідних матеріалів, якості цих матеріалів і т.д. Тут ці фактори відкинуті, залишені тільки обмеження на сировину трьох видів. При цьому зроблено ще одне неявне припущення, що інші компоненти, необхідні для виробництва фарби, є в достатній кількості і не впливають на обсяги виробництва.

Отже, що ж ми маємо після невеликого аналізу проблеми.

- ◆ *Постановка проблеми:* розробити виробничий план, який максимізувати б прибуток з урахуванням усіх видів обмежень.
- ◆ *Мета:* максимізувати прибуток.
- ◆ *Рішення:* кількість тонн фарби А і Б, вироблених в місяць.

◆ *Фактори, від яких залежить вирішення:* значення питомої прибутку кожного типу фарби, граничне число виробленої фарби, граничні числа вироблених фарб типів А і Б (маркетингові обмеження), кількості сировини (необхідних для виробництва однієї тонни фарби), значення запасів сировини (всього 14 чинників).

◆ *Фактори, що впливають на прибуток:* всі перелічені фактори, крім значень кількості сировини, необхідної для виробництва однієї тонни фарби. (Вважаємо, що на рецептуру фарб ми впливати не можемо.)

◆ *Обмеження:* на граничне загальна кількість виробленої фарби, на граничні кількості вироблених фарб А і Б окремо, на граничні кількості сировини (всього 6 обмежень).

Ми виділили фактори, що впливають на прибуток окремо, щоб в подальшому провести аналіз чутливості рішення саме по цих факторах.

Ще одне зауваження: при такій розмитій постановці вихідної проблеми можна сформулювати багато різних цілей. Наприклад, можна скласти виробничий план, який би мінімізував собівартість продукції. Можна сформулювати більш складні цілі (що зазвичай має місце в реальних ситуаціях), наприклад, максимізувати прибуток і одночасно мінімізувати використання якихось вихідних матеріалів, які є дорогими або дефіцитними. При цьому в залежності від сформульованих цілей можуть виділятися різні фактори, що впливають на ці цілі, і можуть формуватися різні обмеження. У нашому прикладі ми обмежимося сформульованою метою максимізації прибутку.

**II. Побудова математичної моделі** означає переклад формальної моделі, побудованої на попередньому етапі, на чіткій мові математичних відносин. Математична модель повинна містити три основних компоненти.

1. **Змінні**, значення яких необхідно обчислити (це змінні рішення з формальної моделі).
2. **Цільова функція** - це мета, записана математично у вигляді функції від змінних. Обов'язково вказується, що необхідно зробити з цією функцією для вирішення проблеми: знайти її максимум, мінімум або конкретне задане значення.
3. **Обмеження** - записані математично обмеження з формальної моделі. Якщо визначені змінні, то побудова цільової функції і обмежень зазвичай не викликає труднощів, оскільки на попередньому етапі і мета і обмеження вже формулювалися з прив'язкою до змінних рішення.

У нашому прикладі позначимо через  $x_1$  і  $x_2$  змінні, які визначають місячні обсяги виробництва фарби (в тоннах) типу А і Б відповідно. Нагадаємо, що 1 тонна фарби А приносить прибуток 2000 грн., А 1 тонна фарби Б - 2500 грн. Тоді сумарний прибуток  $z$  при виробництві  $x_1$  тонн фарби А і  $x_2$  тонн фарби Б складе

$$z = 2000 \cdot x_1 + 2500 \cdot x_2 \text{ (грн.)}$$

Це і є цільова функція, яку необхідно максимізувати.

Тепер запишемо обмеження. Перше обмеження говорить про те, що сумарний обсяг виробництва фарби обох типів не повинен перевищувати 500 т. Це запишеться так:  $x_1 + x_2 \leq 500$ . Маркетингові обмеження записуються просто:  $x_1 \geq 200$  і  $x_2 \leq 150$ . Тепер треба записати обмеження па сировину. Нагадаємо, що сировини 1 на виробництво 1 т фарби А витрачається 0,05 т (50 кг) і 0,1 т (100 кг) на виробництво 1 т фарби Б. Таким чином, всього на виробництво  $x_1$ , тонн фарби А і  $x_2$  тонн фарби Б потрібно  $0,05 \cdot x_1 + 0,1$

\*  $x_2$  тонн сировини 1. Ця величина не повинна перевищувати 50 т. звідси отримуємо обмеження:  $0,05 * x_1 + 0,1 * x_2 \leq 50$ . Подібним способом отримуємо ще два обмеження на сировину 2 і сировину 3:  $0,07 * x_1 + 0,08 * x_2 \leq 30$  і  $0,04 * x_1 + 0,07 * x_2 \leq 25$ . Ще одне неявне обмеження полягає в тому, що змінні  $x_1$  і  $x_2$  повинні бути невід'ємними (якщо не вдаватися в містику, то негативні обсяги виробництва фізично просто неможливі). Це обмеження називається умовою невід'ємності змінних і записується так:  $x_1 \geq 0$  і  $x_2 \geq 0$ . Однак зауважимо, що умова невід'ємності для змінної  $x_1$  тут зайве, оскільки маємо більш сильне обмеження  $x_1 \geq 200$ . Тому нерівність  $x_1 \geq 0$  виключаємо зі списку обмежень.

Зверніть особливу увагу на те, що розмірності всіх змінних і параметрів повинні бути узгоджені. Тому в нашому прикладі питомі витрати сировини переведені з кілограмів у тонни, оскільки змінні вимірюються в тоннах.

Зазвичай обмеження записують таким чином, щоб в лівій частині нерівності знаходилося вираз зі змінними, а в правій частині нерівності - тільки числа. Тоді ліву частину нерівності називають функцією обмеження.

Остаточно математична модель нашої проблеми запишеться наступним чином:

максимізувати  $z = 2000 * x_1 + 2500 * x_2$  при виконанні обмежень

$$x_1 + x_2 \leq 500,$$

$$x_1 \geq 200,$$

$$x_2 \leq 150,$$

$$0,05 * x_1 + 0,1 * x_2 \leq 50,$$

$$0,07 * x_1 + 0,08 * x_2 \leq 30,$$

$$0,04 * x_1 + 0,07 * x_2 \leq 25,$$

$$x_2 \geq 0.$$

Будь-яке рішення (тобто пара значень змінних  $x_1$  і  $x_2$ ), яке задовольняє всім обмеженням моделі, називається допустимим. У нашому прикладі рішення  $x_1 = 200$  і  $x_2 = 150$  буде допустимим, оскільки не порушує жодного обмеження, включаючи умови невід'ємності. Щоб переконатися в цьому, треба підставити значення  $x_1 = 200$  і  $x_2 = 150$  в ліві частини обмежень, виконати обчислення і перевірити, що жодне нерівність не порушується. Значення цільової функції при цьому рішенні дорівнюватиме  $z = 2000 * 200 + 2500 * 150 = 775\ 000$  грн.).

Короткий висновок. Отже, під час виконання лабораторної роботи було проаналізовано та формалізовано проблему, а також побудована математична модель.

### Лабораторна робота № 3. Рішення задач лінійного програмування і аналіз чутливості за допомогою MS Excel.

**Мета:** Вивчити можливості надбудови Пошук рішення пакета MS Excel для вирішення однокритеріальних завдань теорії прийняття рішень.

У попередній лабораторній роботі було отримано математичну модель проблеми. Тепер залишилося знайти рішення моделі. Для виконання цієї справи ми залучимо програму електронних таблиць Excel, а ще точніше - надбудову **Пошук рішення**.

**III.** Перш ніж почати виконання будь-яких обчислень в Excel, треба перевести нашу побудовану математичну модель на робочий лист Excel. Для цього слід визначити, в яких осередках розташовуватимуться змінні рішення, записати в потрібні комірки формули, за якими будуть обчислюватися цільова функція і функції обмежень (ліві частини обмежень), треба записати в окремі осередки значення правих частин обмежень. Всю цю сукупність значень і формул, записаних на робочому аркуші, назвемо *табличній моделлю*.

Для табличних моделей задач оптимізації не існує загальноприйнятих канонів їх побудови. Ось деякі рекомендації, які полегшать подальше застосування засобу **Пошук рішення**.

- ◆ Значення змінних розташовуються в окремих осередках і групуються в окремий блок осередків.
- ◆ Кожному обмеженню відводиться окремий рядок або стовпець таблиці. Обмеження групуються в окремий блок осередків.
- ◆ Бажано, щоб осередки, що містять змінні і значення цільової функції, а також всі обмеження, мали заголовки.
- ◆ Коефіцієнти цільової функції повинні зберігатися в окремому рядку, розташовуючись безпосередньо під або над відповідними змінними; формула для обчислення цільової функції повинна перебувати в сусідній комірці.
- ◆ У кожному рядку обмежень за осередками, що містять коефіцієнти даного обмеження, слід осередок, в яку записується обчислене значення функції обмеження (значення лівої частини обмеження). За нею може слідувати осередок, в якій стоїть відповідний знак нерівності або рівності обмеження, а потім осередок, що містить значення правої частини обмеження. Бажано, щоб праві частини обмежень були константами, а не формулами. Додатково можна мати осередок, в якій обчислена різниця між значеннями лівої і правої частин нерівності.
- ◆ Умови невід'ємності змінних рішення не обов'язково включати в табличну модель. Як правило, вони опускаються і вказуються безпосередньо в діалоговому вікні засобу **Пошук рішення**.

В результаті виконання цих рекомендацій всі основні коефіцієнти моделі містяться в окремих осередках, тому їх легко змінювати, не змінюючи формул моделі. Завдяки гуртуванню спрощується робота із засобом **Пошук рішення**, оскільки для вказівки змінних або обмежень можна використовувати діапазони осередків, тобто задавати змінні і обмеження групою, а не окремо. Наявність заголовків зробить зрозумілою цю табличну модель не тільки вам, а й іншим людям.



Приклад табличної моделі для нашої задачі показаний на рис. 1. Тут значення змінних рішення записані в осередках В4 і С4 з відповідними заголовками в осередках В3 і С3. Спочатку значення змінних довільні. Коефіцієнти, що стоять перед змінними у формулі цільової функції, записані в комірці В8 і С8, а саме значення цільової функції обчислюється в комірці D8 (відповідні заголовки записані над цими комірками). Нижче в діапазоні В11: С17 записані коефіцієнти функцій обмежень, в діапазоні D11: D17 обчислюються значення лівих частин обмежень, в діапазоні E11: E17 записані знаки нерівностей обмежень, а в діапазоні F11: F17 - значення правих частин обмежень. Нарешті, внизу в рядку 20 під «лівим» заголовком Рішення ще раз повторені значення змінних і цільової функції.

	A	B	C	D	E	F
1	Производственный план для завода "Олимп"					
2	Переменные решения					
3		x1	x2			
4		100	100			
5						
6	Кoeffициенты целевой функции			Значение целевой функции		
7		c1	c2			
8		2000	2500	450000		
9						
10	Ограничения	Кoeffициенты		Левая часть		Правая часть
11	Производственное	1	1	200	<=	500
12	2-е маркетинговое	0	1	100	<=	150
13	Сырье 1	0,05	0,1	15	<=	50
14	Сырье 2	0,07	0,08	15	<=	30
15	Сырье 3	0,04	0,07	11	<=	25
16	Неотрицательность	0	1	100	>=	0
17	1-е маркетинговое	1	0	100	>=	200
18						
19		x1	x2	z		
20	Решение	100,00 т	100,00 т	450000		
21						

Мал. 1. Таблична модель для обчислення виробничого плану

Формули, за якими виконуються всі обчислення на даному робочому аркуші, показані на рис. 2. Для обчислення лінійних функцій підходить функція СУММПРОИЗВ (массив1; массив2), яка підсумовує попарні твори елементів двох діапазонів, заданих аргументами функції массив1 і массив2. Наприклад, формула = СУММПРОИЗВ (\$B\$4: \$C\$4;B8:C8), що обчислює значення цільової функції в осередку D8, еквівалентна такій формулі: = В4 \* В8 + С4 \* С8. Абсолютні посилання \$B\$4: \$C\$4 на діапазон В4: С4, що містить значення змінних x1 і x2, зроблені для того, щоб можна було скопіювати цю формулу з комірки D8 в осередку D11: D17 для обчислення лівих частин нерівностей, де також беруть участь значення змінних рішення.

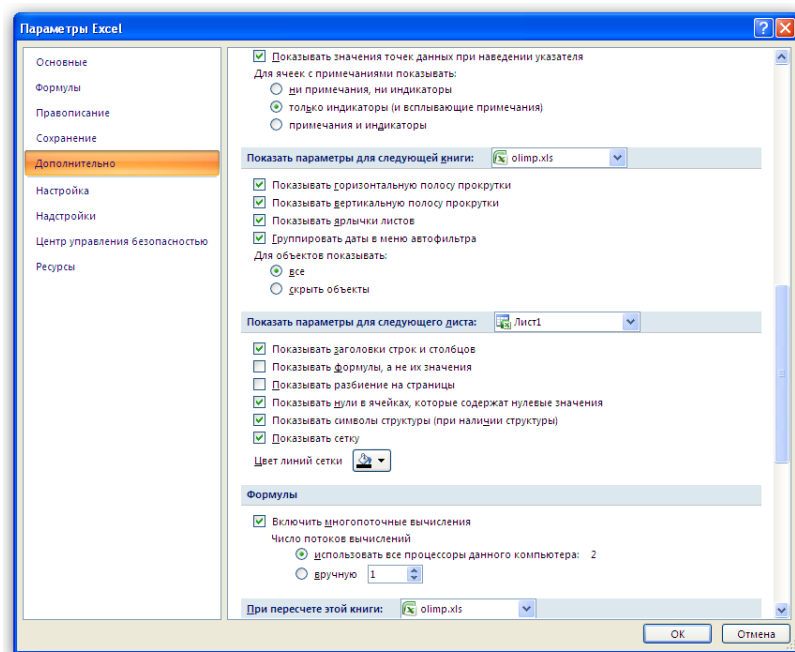
	A	B	C	D	E	F
1	Производственный план для завода "Олимп"					
2	Переменные решения					
3		x1	x2			
4		100	100			
5						
6	Кoeffициенты целевой функции			Значение целевой функции		
7		c1	c2			
8		2000	2500	=СУММПРОИЗВ(B4:C4;B8:C8)		
9						
10	Ограничения	Кoeffициенты		Левая часть		Правая часть
11	Производственное	1	1	=СУММПРОИЗВ(\$B\$4:\$C\$4;B11:C11)	<=	500
12	2-е маркетинговое	0	1	=СУММПРОИЗВ(\$B\$4:\$C\$4;B12:C12)	<=	150
13	Сырье 1	0,05	0,1	=СУММПРОИЗВ(\$B\$4:\$C\$4;B13:C13)	<=	50
14	Сырье 2	0,07	0,08	=СУММПРОИЗВ(\$B\$4:\$C\$4;B14:C14)	<=	30
15	Сырье 3	0,04	0,07	=СУММПРОИЗВ(\$B\$4:\$C\$4;B15:C15)	<=	25
16	Неотрицательность	0	1	=СУММПРОИЗВ(\$B\$4:\$C\$4;B16:C16)	>=	0
17	1-е маркетинговое	1	0	=СУММПРОИЗВ(\$B\$4:\$C\$4;B17:C17)	>=	200
18						
19		x1	x2	z		
20	Решение	=ФИКСИРОВАННЫЙ(B4;2)&" т"	=ФИКСИРОВАННЫЙ(C4;2)&" т"	=D8		
21						

Мал. 2. Формули табличної моделі

Ліві частини обмежень, оскільки це лінійні функції, також обчислюються за допомогою функції СУММПРОИЗВ. Навіть якщо це прості обмеження типу  $x_2 \leq 150$ , які тут видаються як  $0 * x_1 + 1 * x_2 \leq 150$  (обмеження 2 на рис. 1).

Зверніть увагу на те, що обмеження згруповані по типу нерівностей - спочатку йдуть обмеження типу  $\leq$ , а потім типу  $\geq$ . Звичайно, порядок подання цих груп є несуттєвим.

Істотно сама наявність груп однотипних обмежень, що дозволить в подальшому ставити їх в засобі Пошук рішення не окремо, а цілою групою. Знаки нерівностей в діапазоні E11: E17 вставлені тільки для пояснення обмежень, засіб **Пошук рішення** їх не використовує. Зате засіб **Пошук рішення** використовує заголовки рядків, що містять обмеження (використовує в своїх звітах, як показано далі). Тому рекомендується давати більш змістовні заголовки, навіть ніж ті, що показані на рис. 1 в осередках A11: A17. Наприклад, такі: **Обмеження на обсяг виробництва, Маркетингове обмеження або Обмеження, не знаю, звідки воно взялося**. З іншого боку, заголовки не є обов'язковим елементом табличної моделі - засіб **Пошук рішення** прекрасно вирахає результат і без них. Заголовки корисні для документування моделі. Якщо ви не знаєте, як відобразити на робочому аркуші Excel формули, а не значення (як на рис. 2), то це робиться так. Треба виконати команду **Сервіс> Параметри** і в діалоговому вікні **Параметри** на вкладці **Вид** встановити прапорець формули. Відображення формул може виявитися корисним, корисно при налагодженні моделі. В Excel 2007 і вище відображення формул здійснюється через меню **Параметри Excel-> Додатково**, вибираючи для цього листа **Показувати формули, а не їх значення**



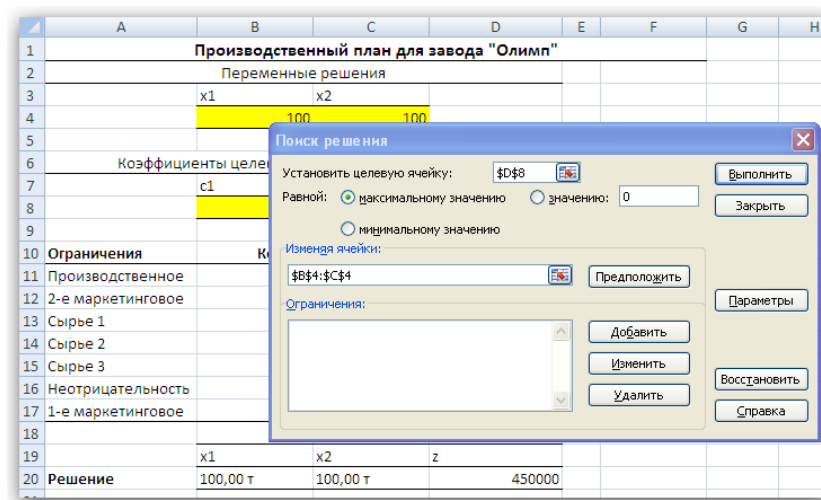
Покажемо загальну схему застосування засобу **Пошук рішення** для розв'язання задач лінійної оптимізації.

Спочатку треба познайомитися з термінологією, що відноситься до засобу **Пошук рішення**, тобто треба знати, як там називають змінні рішення, цільову функцію та обмеження. Так ось,

- ◆ змінні рішення, точніше, осередки, які містять значення цих змінних, називаються змінними комітками,
- ◆ осередок, що містить значення цільової функції, називається цільовою осередком,
- ◆ обмеження так і будуть називатися обмеженнями.

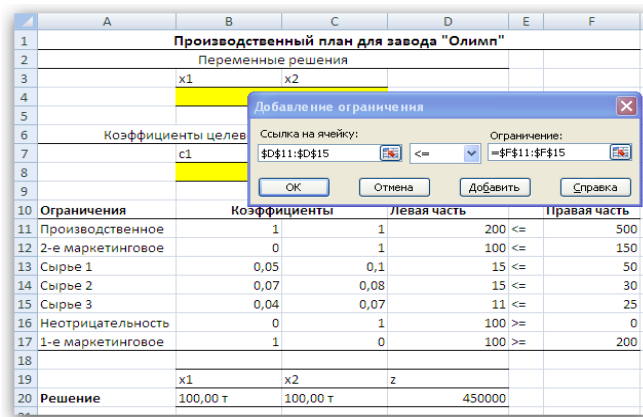
Схема застосування засобу **Пошук рішення** виглядає так:

1. Нехай на робочому аркуші Excel вже створена таблична модель задачі лінійної оптимізації.
2. Після перевірки і налагодження моделі переходимо до етапу оптимізації, вибравши команду **Пошук рішення** в меню **Сервіс**.
3. У діалоговому вікні **Пошук рішення** вкажіть дані, необхідні для пошуку оптимального рішення (мал. 3).



Мал. 3. Завдання параметрів для пошуку рішень

- У поле **Встановити цільову осередок** вводиться адреса комірки, що містить значення цільової функції. Для нашої моделі в це поле слід ввести D8, але краще клацнути покажчиком миші на цьому осередку, щоб ввести її адресу автоматично.
- Параметри області **Рівної** діалогового вікна **Пошук рішення** дозволяють задати тип оптимізації. В даному випадку необхідно максимізувати значення цільової функції. Для цього потрібно клацнути на перемикачі **максимального значення**.
- Поле **Змінюючи осередки** дозволяє вказати осередки, в яких містяться змінні моделі; в даному випадку це діапазон B4: C4. Далі необхідно задати обмеження. Клацання на кнопці **Додати** відкриває діалогове вікно **Додавання обмеження**, показане на рис. 4,
- У нашому прикладі в поле **Посилання на осередок** вводимо або вказуємо на робочому аркуші посилання на діапазон D11: D15, в сусідньому полі залишаємо знак нерівності  $\leq$ , а в поле **Обмеження** вводимо або вказуємо на робочому аркуші посилання на діапазон F11: F15.
- Клацаємо на кнопці **Додати** і вводимо другу групу обмежень: в **поле Посилання на осередок** вводимо D16: D17, в сусідньому списку вибираємо знак нерівності  $\geq$ , а в **поле Обмеження** вводимо F16: F17. Потім клацаємо на кнопці **ОК** і повертаємося в діалогове вікно **Пошук рішення**.



### Завдання обмеження

5. Після завдання обмежень при необхідності в діалоговому вікні **Параметри пошуку** рішення, яке відкривається після клацання на кнопці **Параметри** діалогового вікна Пошук рішення, слід задати додаткові умови для пошуку рішення.

- Параметри **Максимальний час**, **Граничне число ітерацій**, **Відносна похибка**, **Допустиме відхилення** і **Збіжність** можна залишити без змін, тим більше що параметр **Допустиме відхилення** має відношення до цілочисельним моделям, а параметр **Збіжність** - до нелінійним моделям.
- У даному прикладі, оскільки ми працюємо з лінійної моделлю, треба встановити прапорець **Лінійна модель** (рис. 5).
- Якщо в моделі умови невід'ємності накладаються на всі змінні, слід встановити прапорець позитивне значення. У нашому прикладі умова невід'ємності накладається тільки на змінну  $x_2$  тому цей прапорець ми не встановлюємо.
- Прапорець **Автоматичне масштабування** рекомендуємо встановлювати завжди.
- Якщо хочете простежити кожну ітерацію процесу обчислення, встановіть прапорець **Показувати результати ітерацій**. Якщо хочете відразу отримати результат обчислень без підглядання в обчислювальну кухню, не встановлюйте цей прапорець.
- Перемикачі, розташовані в областях **Оцінки**, **Різниці**, **Метод пошуку**, призначені для нелінійних моделей. Тому зараз ми їх залишаємо без уваги.
- Клацання на кнопці **ОК** повертає в діалогове вікно **Пошук рішення**.

6. Після завдання необхідних даних (вказівки осередки, що містить формулу для обчислення цільової функції, осередків, в яких знаходяться змінні, і завдання обмежень) клацніть на кнопці **Виконати**.

7. Засіб **Пошук рішення** виконує оптимізацію. В процесі обчислень в рядку стану відображаються число ітерацій і значення цільової функції при переборі безлічі допустимих рішень задачі. Ця інформація дозволяє стежити, як просувається процес оптимізації великих моделей, де він може тривати досить довго.

8. Після закінчення роботи **Пошук рішення** виведе на екран діалогове вікно **Результати пошуку рішення** (рис. 6), в якому можна вказати, оновити чи вихідну модель (тобто занести чи в осередку значення оптимального рішення) і створювати чи звіт.

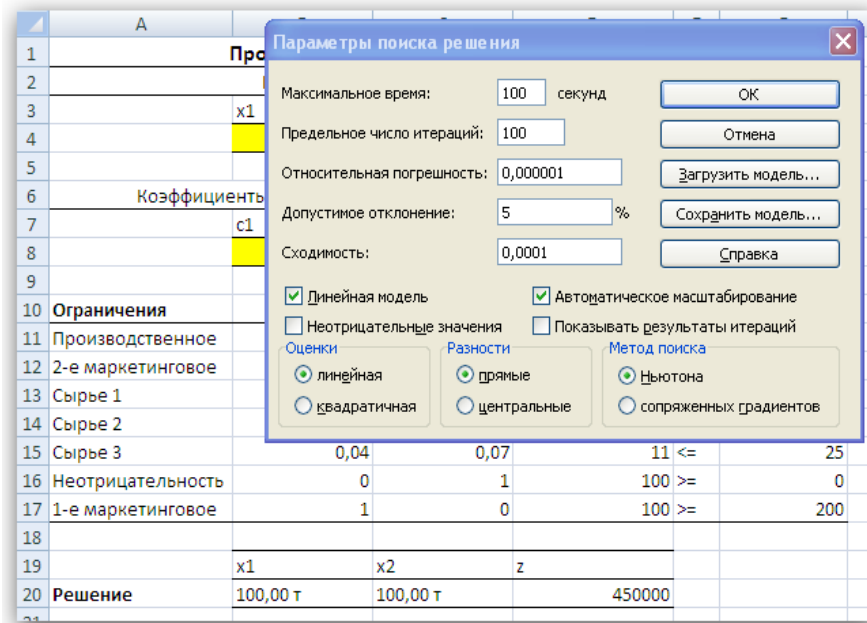


Рис. 5. Диалоговое вікно *Параметри пошуку рішення*

Диалоговое вікно **Результаты пошуку рішення** повідомляє про завершення пошуку (див. Рис. 6). Якщо оптимальне рішення знайдено, в діалоговому вікні **Результаты пошуку рішення** повинно відобразитися повідомлення **Рішення знайдено. Всі обмеження і умови оптимальності виконані**. Якщо отримано таке повідомлення, можна або зберегти знайдене рішення, вибравши відповідний параметр, або відкинути його, вибравши параметр **Відновити вихідні значення**. В результаті осередкам змінних будуть повернуті значення, які в них перебували до запуску програми **Пошук рішення**. Існує можливість також отримати три типи звітів про рішення. Кожен звіт виводиться на новий лист робочої книги.

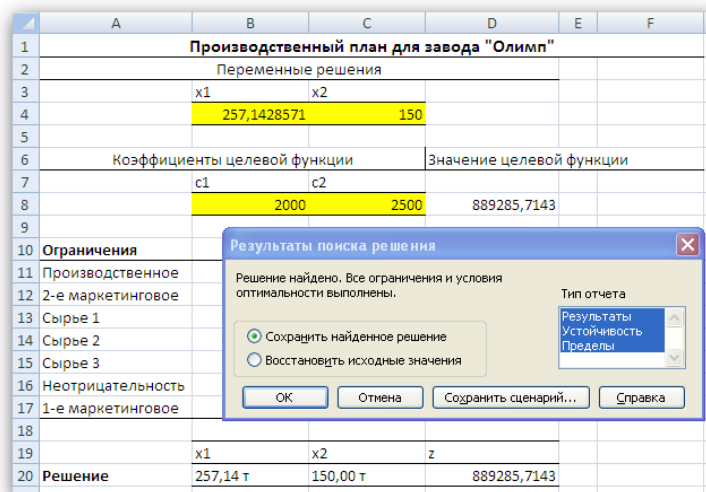


Рис. 6. Успішне завершення рішення задачі оптимізації

У нашому прикладі рішення знайдено, воно показано на рис. 6: треба виробляти 257,14 т фарби А і 150 т фарби Б, при цьому буде отримано прибуток у розмірі 889 285,17 грн. У діалоговому вікні **Результаты пошуку рішення** ми також вказали, що треба створити звіти.

**IV.** Тепер покажемо, що робити далі з отриманими «комп'ютерним» рішенням, і як на його основі знайти «справжнє» рішення проблеми.

Отже, рішення математичної моделі отримано. Ми отримали рішення тільки для моделі реальної проблеми, а не рішення самої проблеми. У процесі побудови моделі були зроблені різні припущення, що спрощують реальну ситуацію, в результаті чого ми змогли її формалізувати. Залежності, зафіксовані в моделі, тільки наближено відображають реальні залежності між факторами і змінними рішення і метою. Наші знання факторів, що впливають на мету, зяють пробілами - значення багатьох параметрів моделі ми знаємо тільки наближено. Ну, а якщо реальні значення параметрів хоча б трохи відрізняються від тих, які закладені в моделі, то наскільки може змінитися рішення і чи зміниться взагалі?

На ці та подібні питання повинен дати відповіді аналіз отриманого рішення. На «науковому» мовою цей аналіз називається аналізом чутливості рішення. Він проводиться після отримання оптимального рішення математичної моделі і дає важливу інформацію, яку можна і потрібно використовувати при прийнятті рішення в реальній ситуації.

Аналіз чутливості повинен дати відповіді на наступні питання.

- ◆ У яких межах можуть змінюватися параметри моделі так, щоб збереглося отримане рішення?
- ◆ Які обмеження пов'язані (тобто лімітують (стримують) цільову функцію), а які обмеження не впливають на рішення?
- ◆ Якщо змінити значення правих частин пов'язаних обмежень, то наскільки може змінитися значення цільової функції?
- ◆ Якщо значення якоїсь змінної рішення дорівнює нулю, то за яких умов вона може прийняти позитивне значення? (Питання дуже актуальне для моделей виробництва.)

Засіб **Пошук рішення** може генерувати три види звітів: звіт за результатами, звіт по стійкості і звіт по межах. Всі перераховані види звітів і саме в тій формі, яка показана нижче на рис. 8-10, **Пошук рішення** створює тільки для лінійних моделей. Для цілочисельних моделей недоступні звіти по стійкості і по межах, а для нелінійних моделей звіт по стійкості має інший вигляд. Розглянемо застосування звітів для виконання аналізу чутливості лінійних моделей.

На рис. 7 показаний робочий лист Excel з знайденим рішенням математичної моделі, а на рис. 8-10 - звіти, згенеровані засобом **Пошук рішення**.

	A	B	C	D	E	F
1	<b>Производственный план для завода "Олимп"</b>					
2	Переменные решения					
3		x1	x2			
4		257,1428571	150			
5						
6	Коэффициенты целевой функции			Значение целевой функции		
7		c1	c2			
8		2000	2500	889285,7143		
9						
10	<b>Ограничения</b>	<b>Коэффициенты</b>		<b>Левая часть</b>		<b>Правая часть</b>
11	Производственное	1	1	407,1428571	<=	500
12	2-е маркетинговое	0	1	150	<=	150
13	Сырье 1	0,05	0,1	27,85714286	<=	50
14	Сырье 2	0,07	0,08	30	<=	30
15	Сырье 3	0,04	0,07	20,78571429	<=	25
16	Неотрицательность	0	1	150	>=	0
17	1-е маркетинговое	1	0	257,1428571	>=	200
18						
19		x1	x2	z		
20	<b>Решение</b>	257,14 т	150,00 т	889 285,71 р		

Рис. 7. Рішення лінійної моделі для заводу «Олімп»

Целевая ячейка (Максимум)			
Ячейка	Имя	Исходное значение	Результат
\$D\$8	Значение целевой функции	450000	889285,7143

Изменяемые ячейки			
Ячейка	Имя	Исходное значение	Результат
\$B\$4	x1	100	257,1428571
\$C\$4	x2	100	150

Ограничения					
Ячейка	Имя	Значение	Формула	Статус	Разница
\$D\$11	Производственное	407,1428571	\$D\$11<=\$F\$11	не связан.	92,85714286
\$D\$12	2-е маркетинговое	150	\$D\$12<=\$F\$12	связанное	0
\$D\$13	Сырье 1	27,85714286	\$D\$13<=\$F\$13	не связан.	22,14285714
\$D\$14	Сырье 2	30	\$D\$14<=\$F\$14	связанное	0
\$D\$15	Сырье 3	20,78571429	\$D\$15<=\$F\$15	не связан.	4,214285714
\$D\$16	Неотрицательность	150	\$D\$16>=\$F\$16	не связан.	150
\$D\$17	1-е маркетинговое	257,1428571	\$D\$17>=\$F\$17	не связан.	57,14285714

Рис. 8. звіт по результатам

Звіт за результатами корисний для аналізу чутливості тільки тим, що там явно зазначено, які обмеження пов'язані і які непов'язані. Ці дані наведені у звіті в таблиці Обмеження в стовпці Статус. У стовпці Різниця тієї ж таблиці показані значення різниць між лівими і правими частинами обмежень

Изменяемые ячейки						
Ячейка	Имя	Результ. значение	Нормир. стоимость	Целевой Коэффициент	Допустимое Увеличение	Допустимое Уменьшение
\$B\$4	x1	257,1428571	0	2000	187,5	2000
\$C\$4	x2	150	0	2500	1E+30	214,2857143

Ограничения						
Ячейка	Имя	Результ. значение	Теневая Цена	Ограничение Правая часть	Допустимое Увеличение	Допустимое Уменьшение
\$D\$11	Производственное	407,1428571	0	500	1E+30	92,85714286
\$D\$12	2-е маркетинговое	150	214,2857143	150	50	150
\$D\$13	Сырье 1	27,85714286	0	50	1E+30	22,14285714
\$D\$14	Сырье 2	30	28571,42857	30	6,5	4
\$D\$15	Сырье 3	20,78571429	0	25	1E+30	4,214285714
\$D\$16	Неотрицательность	150	0	0	150	1E+30
\$D\$17	1-е маркетинговое	257,1428571	0	200	57,14285714	1E+30

Рис. 9. Звіт по стійкості

Більш істотний для аналізу чутливості звіт по стійкості. У таблиці **Змінні комірки** цього звіту приведена інформація про значеннях змінних осередків:

- ◆ адреси змінюваних осередків;
- ◆ їх імена (створені заздалегідь або складені з заголовків рядків і стовпців, на перетині яких знаходяться змінювані осередки); якщо імен немає, то це поле залишається порожнім;
- ◆ значення змінних в цих осередках, знайдені засобом **Пошук рішення**;
- ◆ нормована вартість - це невдалий переклад терміна «reduced cost», який можна перекласти як «ціна, яка зменшує цільову функцію». Вона показує, як зміниться оптимальне значення цільової функції при випуску продукції, яка не має в оптимальному плані. У нашому випадку оптимальний план передбачає випуск обох видів фарб, тому їх нормована вартість дорівнює нулю. Якби оптимальне значення якої-небудь з невідомих дорівнювало нулю ( $x_i = 0$ ), а нормована вартість дорівнювала б, наприклад,  $-3$ , то примусовий випуск 2-х одиниць цієї змінної  $x_i$  (Т. Е. Додавання нового обмеження  $x_i \geq 2$ ) привів би до зміни (зменшення) цільової функції на  $2 * (-3) = -6$  одиниць. Відзначимо, що з рівності нулю оптимального значення невідомої годі було автоматично, що її нормована вартість буде відмінна від нуля;

- ◆ цільової коефіцієнт - коефіцієнт, що стоїть при даній змінною змінної у формулі цільової функції;
- ◆ значення в стовпцях Допустиме збільшення і Допустиме зменшення показують, в яких межах може змінюватися цільової коефіцієнт за умови, що знайдені значення змінних залишаються незмінними. У таблиці Обмеження приведена інформація про обмеження:
- ◆ адреси осередків, на значення яких накладено обмеження;
- ◆ їх імена (створені заздалегідь або складені з заголовків рядків і стовпців, на перетині яких знаходяться змінювані осередки); якщо імен немає, то це поле залишається порожнім;
- ◆ значення в цих осередках, знайдені засобом Пошук рішення;
- ◆ тіньова ціна показує, наскільки зміниться значення цільової функції, якщо на одиницю зміниться значення правої частини даного обмеження; тіньова ціна відмінна від нуля тільки тоді, коли це обмеження в оптимальному рішенні є пов'язаною (і рішення не виродилися);
- ◆ значення правих частин обмежень;
- ◆ значення в стовпцях Допустиме збільшення і Допустиме зменшення показують межі зміни правій частині обмеження, в яких діє наведене значення тіньової ціни даного обмеження.

Найбільш важливими даними для аналізу чутливості в цьому звіті є нормовані вартості і тіньові ціни, застосування яких розглянемо нижче. Важливо відзначити, що значення тіньових цін підраховані в припущенні, що змінюється значення правої частини тільки одного обмеження при умові постійних всіх інших параметрів моделі.

У звіті по межах показано, в яких межах з урахуванням всіх обмежень можуть змінюватися змінні (значення в стовпцях Верхня межа і Нижня межа) і які при цьому значення буде приймати цільова функція (значення в стовпцях Цільовий результат). Відзначимо, що якщо на значення змінної не накладаються явні обмеження, які визначають її верхню (або нижню) кордон, то в стовпцях Верхня межа і Цільовий результат (або Нижня межа і Цільовий результат) для цієї змінної будуть стояти значення помилки # Н / Д.

Целевое						
Ячейка	Имя	Значение				
\$D\$8	Значение целевой функции	889285,7143				
Изменяемое			Нижний	Целевой	Верхний	Целевой
Ячейка	Имя	Значение	предел	результат	предел	результат
\$B\$4	x1	257,1428571	200	775000	257,1428571	889285,7143
\$C\$4	x2	150	-1,10845E-10	514285,7143	150	889285,7143

Рис. 10. Звіт по межах

Почнемо аналіз чутливості для нашого прикладу. По-перше, зауважимо, що змінні рішення нульові значення не приймають, і це полегшує наше життя. Розглянемо обмеження. Перше обмеження, що задає граничний обсяг виробництва, що лімітує (пов'язаним) не є. Звідси випливає простий висновок, що такий виробничий план потужності заводу задіє не в повній мірі. Це великий «мінус» даного плану.

Подивимося, що стримує обсяги виробництва. Лимитуючими є другою маркетингове обмеження і обмеження по сировині 2 (на це вказує звіт за результатами і ненульові значення тіньових цін для цих обмежень в звіті по стійкості). Впливати на маркетингове обмеження важко, оскільки проти відділу маркетингу просто так не попреш, для цього потрібні вагомі обґрунтування, а їх, звичайно, немає. Та це й не має особливого сенсу - щоб повністю завантажити потужності виробництва, треба запланувати ще майже



93 тонни фарби, а на таке збільшення виробництва фарби типу Б «добро» ніхто не дасть, тому що навіть обсяг в 150 тонн важко продати.

Інша лімітуюче обмеження визначається наявністю на складі запасу сировини 2. Розберемося з цим параметром. Погляньмо на тіншову ціну цього обмеження, вона дорівнює 28 571,43. Це означає, що зміна на одну одиницю величини правій частині даного обмеження (тобто зміна величини запасу сировини 2 на 1 тону) призведе до зміни на 28 571,43 грн. величини прибутку (значення цільової функції). Очевидно, що в даному випадку при збільшенні значення правої частини обмеження значення цільової функції буде зростати, а при зменшенні - спадати. Наскільки ж потрібно збільшити запас сировини 2, щоб повністю завантажити всі виробничі потужності? На жаль, звіт по стійкості прямої відповіді на це питання не дає.

Подивимося на число в стовпці Допустиме збільшення для цього обмеження. Воно дорівнює 6,5. Це означає, що, збільшуючи значення правої частини обмеження до величини 36,5, ми залишаємося в рамках попереднього рішення - значення змінних і цільової функції, звичайно, будуть змінюватися, але лімітуючими і нелімітуючими залишаться колишні обмеження. Якщо ж значення правої частини обмеження дорівнюватиме або перевищить величину 36,5, то в якості лімітує в гру вступить інше обмеження, яке на даний момент не є лімітуючим.

Щоб дізнатися, що ж вийде при зміні правій частині п'ятого обмеження до величини 36,5, треба знову запускати Пошук рішення. Отже, вносимо в осередок F14 значення 36,5 та вибираємо команду Сервіс> Пошук рішення. У діалоговому вікні Пошук рішення нічого міняти не треба (засіб Пошук рішення зберігає всі установки свого попереднього використання), можна відразу клацнути на кнопці Виконати. Не забудьте також задати створення звітів за результатами нового пошуку.

Нове рішення показано на рис. 11. У цьому рішенні  $x_1 = 350$ ,  $x_2 = 150$  і  $z = 1\,075\,000$ . Новим лімітуючим обмеженням стало перше обмеження, що задає граничний обсяг виробництва. Нам пощастило, що зміна тільки одного параметра моделі (значення правої частини обмеження по сировині 2) вже призвело до вирішення (з виробничим планом), де виробничі потужності заводу задіяні повністю. У загальному випадку, якщо дійсно є необхідність задіяти всі потужності виробництва, швидше за все, довелося б перевіряти інші лімітуючі обмеження і пробувати змінювати їх праві частини.

Производственный план для завода "Олимп"					
Переменные решения					
	x1	x2			
	350	150			
Коэффициенты целевой функции			Значение целевой функции		
	c1	c2			
	2000	2500		1075000	
Ограничения	Коэффициенты		Левая часть		Правая часть
Производственное	1	1	500	<=	500
2-е маркетинговое	0	1	150	<=	150
Сырье 1	0,05	0,1	32,5	<=	50
Сырье 2	0,07	0,08	36,5	<=	36,5
Сырье 3	0,04	0,07	24,5	<=	25
Неотрицательность	0	1	150	>=	0
1-е маркетинговое	1	0	350	>=	200
	x1	x2	z		
Решение	350,00 т	150,00 т	1 075 000,00 р		

Рис. 11. Нове оптимальне рішення

Отже, що ми маємо? Оптимальним виробничим планом буде виробництво 350 тонн фарби типу А і 150 тонн фарби типу Б. Однак, щоб виконати такий план, треба збільшити місячні запаси сировини 2 на 6,5 тонн, а місячні запаси сировини 1 і сировини 3 можна

зменшити на 17,5 і 0,5 тонн відповідно. Це вже не зовсім очевидний результат. (Але і цей результат можна було отримати в інший спосіб, оскільки неважко підрахувати необхідні запаси сировини для виробництва 350 тонн фарби А і 150 тонн фарби Б, - проте до цього ще треба було б здогадатися.) Потім треба підрахувати, на скільки збільшиться (і збільшиться чи) собівартість фарби, якщо докупити додаткові обсяги сировини 2, так як зростуть витрати принаймні на зберігання сировини. Це може вплинути на питомий прибуток фарби, т. Е. Можуть змінитися значення коефіцієнтів при змінних у формулі цільової функції. А якщо це станеться, то все обчислення треба починати спочатку. Крім того, треба згадати, що значення цих коефіцієнтів відомі нам тільки наближено. Тому далі слід розглянути вплив коефіцієнтів при змінних у формулі цільової функції.

Нагадаємо, що в звіті по стійкості ці коефіцієнти названі цільовими коефіцієнтами, ми також для стислості будемо використовувати цю назву. (Крім того, як показано на рис. 7, цим коефіцієнтам з самого початку присвоєні імена з1 і с2.) В останньому звіті по стійкості (рис. 12) в таблиці **Змінні комірки** в стовпці **Допустиме збільшення** і **Допустиме зменшення** наведені значення, на які можуть змінюватися цільові коефіцієнти за умови збереження рішення. Збереження рішення тут означає збереження значень змінних рішення, але значення цільової функції може змінюватися. Однак слід врахувати, що ці числа мають сенс при виконанні додаткової умови, а саме, що цільові коефіцієнти змінюються по одному, а не спільно. Таким чином, на підставі даних звіту по стійкості можна стверджувати, що якщо коефіцієнт з1 при змінної x1 буде змінюватися в межах від 0 до 2500 або коефіцієнт с2 при змінної x2 буде змінюватися в межах від 2000 до нескінченності, то значення цих змінних залишаться колишніми. Але яким буде рішення, якщо зміняться обидва цільових коефіцієнта? Звіт по стійкості відповіді на це питання не дає. Ну, а якщо немає готової відповіді, його слід знайти самому. Що для цього треба зробити? Правильно, треба вирішити ще декілька завдань.

У нашому прикладі цільової коефіцієнт з1 при змінної x1 може змінюватися в межах 1500 до 2300, а цільової коефіцієнт с2 при змінної x2 - в межах від 2100 до 3000. Хоча ці межі не перекривають крайні значення, які показані в звіті по стійкості, необхідно все-таки перевірити рішення при спільному зміні значень цільових коефіцієнтів. Здоровий глузд підказує, що рішення залишиться колишнім доти, поки цільової коефіцієнт з1, буде менше цільового коефіцієнта с2. Тому перевіримо рішення, якщо коефіцієнт з1 буде дорівнює 2300, а коефіцієнт с2 дорівнюватиме 2100. Записуємо ці числа в осередку В8 і С8 відповідно і запускаємо **Пошук рішення**, нічого не змінюючи в його установках. Отримаємо нове рішення, показане на рис. 13.

Изменяемые ячейки						
Ячейка	Имя	Результ. значение	Нормир. стоимость	Целевой Коэффициент	Допустимое Увеличение	Допустимое Уменьшение
\$B\$4	x1	350	0	2000	500	2000
\$C\$4	x2	150	0	2500	1E+30	500

Ограничения						
Ячейка	Имя	Результ. значение	Теневая Цена	Ограничение Правая часть	Допустимое Увеличение	Допустимое Уменьшение
\$D\$11	Производственное	500	2000	500	0	150
\$D\$12	2-е маркетинговое	150	500	150	0	150
\$D\$13	Сырье 1	32,5	0	50	1E+30	17,5
\$D\$14	Сырье 2	36,5	0	36,5	1E+30	0
\$D\$15	Сырье 3	24,5	0	25	1E+30	0,5
\$D\$16	Неотрицательность	150	0	0	150	1E+30
\$D\$17	1-е маркетинговое	350	0	200	150	1E+30

Рис. 12. Звіт по стійкості для останнього рішення

Производственный план для завода "Олимп"					
Переменные решения					
	x1	x2			
	500	-1,36453E-10			
Коэффициенты целевой функции			Значение целевой функции		
	c1	c2			
	2300	2100	1150000		
Ограничения	Коэффициенты		Левая часть		Правая часть
Производственное	1	1	500	<=	500
2-е маркетинговое	0	1	-1,36453E-10	<=	150
Сырье 1	0,05	0,1	25	<=	50
Сырье 2	0,07	0,08	35	<=	36,5
Сырье 3	0,04	0,07	20	<=	25
Неотрицательность	0	1	-1,36453E-10	>=	0
1-е маркетинговое	1	0	500	>=	200
	x1	x2	z		
Решение	500,00 т	0,00 т	1 150 000,00 р		

Рис. 13. Рішення при крайніх значеннях цільових коефіцієнтів

Як можна було і припустити, якщо питома прибуток фарби Б менше питомої прибутку фарби А, то виробляти фарбу Б не вигідно (значення 1,4E-10 можна вважати нулем). Відзначимо, що прибуток при даному рішенні більше, ніж в попередньому рішенні (1 150 тис. грн. Проти 1 075 тис. грн.), А сировини всіх видів буде потрібно менше (жодне обмеження по сировині не є лімітуючим). І все-таки, якщо для підтримки асортименту продукції необхідно виробляти фарбу Б, то наскільки треба збільшити її питому прибуток, щоб її виробництво стало вигідним? Здоровий глузд знову підказує, що треба хоча б зрівняти питомі вартості обох типів фарби. На це ж вказує число 200 в стовпці **Допустиме збільшення** і в рядку x2 таблиці **Змінні комірки** звіту по стійкості для даного рішення (рис. 14).

Изменяемые ячейки						
Ячейка	Имя	Результ. значение	Нормир. стоимость	Целевой Коэффициент	Допустимое Увеличение	Допустимое Уменьшение
\$B\$4	x1	500	0	2300	1E+30	200
\$C\$4	x2	-1,36453E-10	0	2100	200	1E+30
Ограничения						
Ячейка	Имя	Результ. значение	Теневая Цена	Ограничение Правая часть	Допустимое Увеличение	Допустимое Уменьшение
\$D\$11	Производственное Левая часть	500	2300	500	21,42857143	300
\$D\$12	2-е маркетинговое Левая часть	-1,36453E-10	0	150	1E+30	150
\$D\$13	Сырье 1 Левая часть	25	0	50	1E+30	25
\$D\$14	Сырье 2 Левая часть	35	0	36,5	1E+30	1,5
\$D\$15	Сырье 3 Левая часть	20	0	25	1E+30	5
\$D\$16	Неотрицательность Левая часть	-1,36453E-10	-200	0	150	1E+30
\$D\$17	1-е маркетинговое Левая часть	500	0	200	300	1E+30

Рис. 14 Звіт по стійкості для рішення при крайніх значеннях цільових коефіцієнтів

Якщо значення питомих прибутків рівні, то одержимо випадок множинних альтернативних оптимальних рішень задачі лінійної оптимізації: будь-яка пара невід'ємних чисел  $x_1$  і  $x_2$  таких, що їх сума дорівнює 500 і  $x_2 \leq 150$  (обмеження повинні виконуватися), буде рішенням даного завдання, при цьому значення цільової функції для будь-яких таких рішень будуть однаковими. Щоб переконатися в цьому, введіть в комірки B8 і C8 однакові значення, наприклад 2300. Потім в осередку B4 і C4 введіть числа, що задовольняють перерахованим вище умовам, і запустіть Пошук рішення. Напевно ви отримаєте рішення з введеними вами значеннями змінних. Якщо ж в осередку B4 і C4 ви введете довільні числа в якості початкових значень для змінних  $x_1$  і  $x_2$  то отримаєте або рішення  $x_1 = 500$  і  $x_2 = 0$  (рис. 15), або рішення  $x_1 = 350$  і  $x_2 = 150$  (рис. 16). Це так звані «крайні» рішення. Інших рішень, хоча їх існує нескінченно багато, ви не отримаєте.

Производственный план для завода "Олимп"					
Переменные решения					
	x1	x2			
	500	0			
Коэффициенты целевой функции			Значение целевой функции		
	c1	c2			
	2300	2300	1150000		
Ограничения	Коэффициенты		Левая часть		Правая часть
Производственное	1	1	500	<=	500
2-е маркетинговое	0	1	0	<=	150
Сырье 1	0,05	0,1	25	<=	50
Сырье 2	0,07	0,08	35	<=	36,5
Сырье 3	0,04	0,07	20	<=	25
Неотрицательность	0	1	0	>=	0
1-е маркетинговое	1	0	500	>=	200
	x1	x2	z		
Решение	500,00 т	0,00 т	1 150 000,00 р		

Рис. 15. Рішення, що пропонує відмовитися від фарби Б

Якщо деякі змінні приймають нульові значення, то ще однією ознакою присутності альтернативних рішень будуть нульові значення нормованих вартостей для цих змінних

Изменяемые ячейки						
Ячейка	Имя	Результ. значение	Нормир. стоимость	Целевой Коэффициент	Допустимое Увеличение	Допустимое Уменьшение
\$B\$4	x1	350	0	2300	0	2300
\$C\$4	x2	150	0	2300	1E+30	0
Ограничения						
Ячейка	Имя	Результ. значение	Теневая Цена	Ограничение Правая часть	Допустимое Увеличение	Допустимое Уменьшение
\$D\$11	Производственное Левая часть	500	2300	500	0	150
\$D\$12	2-е маркетинговое Левая часть	150	0	150	1E+30	0
\$D\$13	Сырье 1 Левая часть	32,5	0	50	1E+30	17,5
\$D\$14	Сырье 2 Левая часть	36,5	0	36,5	1E+30	0
\$D\$15	Сырье 3 Левая часть	24,5	0	25	1E+30	0,5
\$D\$16	Неотрицательность Левая часть	150	0	0	150	1E+30
\$D\$17	1-е маркетинговое Левая часть	350	0	200	150	1E+30

Рис. 17. Звіт по стійкості в разі множинних рішень

Переглянути всі альтернативні рішення неможливо, оскільки вони складають безліч. Що дає наявність альтернативних рішень? Добре це чи погано? Погано, оскільки рішень нескінченно багато, і треба зробити вибір з нескінченної кількості рішень. Добре - оскільки з «точки зору» цільової функції всі ці рішення рівнозначні, можна залучити додатковий критерій відбору рішень, який з самого початку не враховувався в моделі. Тим самим можна поліпшити рішення, зробити його «більш оптимальним», але відповідно до нового критерієм. Наприклад, в нашому прикладі серед альтернативних рішень можна знайти таке рішення, яке забезпечує мінімальні сумарні запаси сировини при тій же величині прибутку. Легко переконатися, що при вирішенні  $x_1 = 500$  і  $x_2 = 0$  буде потрібно 80 тонн всіх видів сировини, а при вирішенні  $x_1 = 350$  і  $x_2 = 150$  - 93,5 тонн.

Перш ніж підвести підсумки аналізу чутливості, треба якось записати і структурувати ту інформацію, яку ми отримали в результаті цього аналізу. Для цього можна намалювати таблицю, де для тих значень параметрів моделі, які змінювалися при проведенні аналізу чутливості, були б наведені значення змінних рішення і відповідні значення цільової функції. В Excel є засіб для створення подібних таблиць. Це засіб називається сценарій.

**Сценарій** - це збережені як єдине ціле значення осередків робочого аркуша, що містять значення і формули. Excel має можливість швидкого перемикання між різними сценаріями. Тому, якщо зберегти як сценарій значення параметрів моделі і значення змінних рішення, можна швидко відновити табличну модель і її рішення при різних наборах параметрів. Крім того, на основі збережених сценаріїв Excel може створити звіт

або у вигляді структурованої таблиці або у вигляді зведеної таблиці. Сценарії можуть бути дуже корисними при проведенні аналізу чутливості (для порівняння різних рішень) і для документування результатів аналізу.

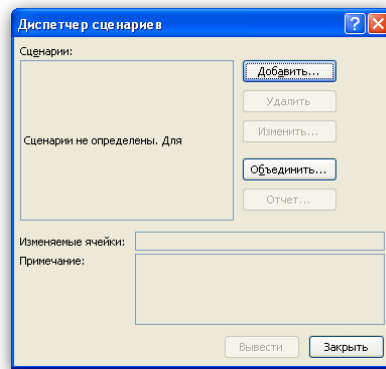
Покажемо на прикладі, як створювати і зберігати сценарії і як на їх основі потім побудувати звіт. Звичайно, сценарії треба зберігати в міру їх «дозрівання», т. Е. Після кожної зміни, внесеного в табличну модель. Але, припустимо, що ми забули про це правило або взагалі нічого не знали про сценарії. І зараз хочемо надолужити згаяне, створивши купу сценаріїв на всі випадки життя.

Перед початком створення сценаріїв зробимо маленьке, але суттєве зауваження про те, що слід зберігати в сценаріях. У сценаріях зберігаються константи, т. Е. Такі значення, які в осередку робочого аркуша введені безпосередньо, а не обчислені за формулами. Значення змінних рішення, хоча вони обчислюються за допомогою засобу **Пошук рішення**, також вважаються константами, оскільки для їх визначення не використовуються формули робочого листа. Виникає природне запитання: як же зберегти результати обчислень? Відповідь проста: вони не зберігаються, а обчислюються заново при відновленні на робочому аркуші раніше збережених констант сценарію або при створенні звіту за сценаріями. У своїх сценаріях ми будемо зберігати значення змінних рішення, значення цільових коефіцієнтів і значення правих частин обмежень.

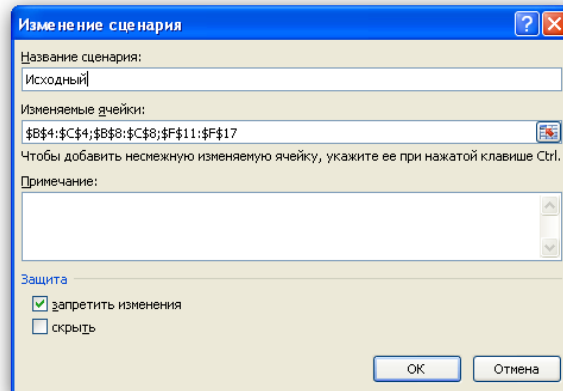
Отже, згадаємо нашу першу модель і її рішення, де цільові коефіцієнти  $c_1$  і  $c_2$  дорівнювали відповідно 2000 і 2500, а права частина п'ятого обмеження дорівнювала 30. Відновіть на робочому аркуші ці значення і запустіть засіб **Пошук рішення** для отримання рішення. Сподіваюся, ви отримали попереднє рішення:  $x_1 = 257,14$ ,  $x_2 = 150$  і  $z = 889285,71$  (див. Рис. 7).

Щоб створити новий сценарій для поточного робочого аркуша, виконайте наступні дії.

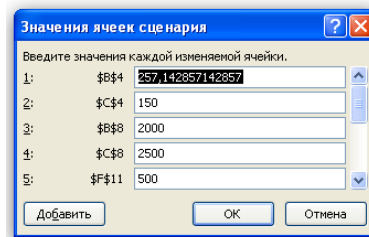
1. Виберіть команду **Сервіс > Сценарії** (В Excel 2007 - Дані-> Аналіз "що якщо").
2. У діалоговому вікні **Диспетчер сценаріїв** клацніть на кнопці **Додати** (рис. 18).
3. У діалоговому вікні **Зміна сценарію** введіть назву сценарію в поле введення **Назва сценарію** (рис. 19). Бажано давати змістовні назви, що показують відмінності даного сценарію від інших. У нашому прикладі перший сценарій назовемо Вихідний.
4. У поле введення **Змінні комірки** введіть адреси осередків, що містять константи, що задають параметри моделі. Ці осередки в сценаріях називаються змінні комірки. У нашому прикладі треба ввести B4: C4; B8: C8; F11: F17. Найпростіше вводити адреси осередків шляхом виділення осередків безпосередньо на робочому аркуші.
5. У поле введення **Примітка** бажано ввести коментарі до створюваного сценарієм. Якщо ви не введете коментарі, то Excel автоматично створить примітку, що містить ім'я творця сценарію (за зареєстрованим імені користувача) та дату його створення.
6. Клацніть в діалоговому вікні **Зміна сценарію** на кнопці **ОК**.
7. У діалоговому вікні **Значення осередків сценарію** перевірте і при необхідності змініть значення для змінюваних осередків (рис. 20).
8. Клацніть в діалоговому вікні **Значення осередків сценарію** на кнопці **ОК**, що створює сценарій і повертає в діалогове вікно **Диспетчер сценаріїв**.



Мал. 18. Діалогове вікно Диспетчер сценарію - основне вікно для роботи зі сценаріями



Мал. 19. Діалогове вікно Зміна сценарію - створення нового сценарію



Мал. 20. Завдання значень для нового сценарію

Сценарій створений. Щоб подивитися, як сценарій обчислює результати (і для перевірки збережених в сценарії значень), змініть будь-які значення на робочому аркуші (наприклад, змініть значення змінних рішення) і потім виконайте наступні прості дії. Виберіть команду **Сервіс > Сценарії**, в діалоговому вікні **Диспетчер сценаріїв** в списку **Сценарії** виберіть сценарій, який ви хочете відобразити, і клацніть на кнопці **Вивести**. Excel має відтворити на робочому аркуші рішення нашої першої задачі, яке показано на рис. 7. Якщо є які-небудь числові розбіжності між тим, що показано на рис. 7, і результатами відновленого сценарію, то перевірте в сценарії значення змінюваних осередків.

Далі створюємо сценарій для вирішення, де права частина п'ятого обмеження замінена значенням 36,5. Для цього введіть у комірку F14 дане значення і знайдіть рішення за допомогою засобу **Пошук рішення** (див. Рис. 11). Потім повторіть описані вище дії зі створення сценарію. Цей новий сценарій назвемо, наприклад, **Повне завантаження**.

Подібним чином створюємо сценарій, де питомі прибутку фарб обох типів рівні, і тому Excel пропонує відмовитися від виробництва фарби Б (див. Рис. 15). Цей сценарій назвемо **Без фарби Б**. Нарешті, створимо ще один сценарій, де питомі прибутку фарб є

рівними, але потрібно виробити 150 тонн фарби Б (див. Рис. 16). Цьому сценарієм дамо назву **Даш фарбу Б !**.

Створити звіт за наявними сценаріями можна наступним чином.

1. Виберіть команду **Сервіс> Сценарії**.
2. У діалоговому вікні **Диспетчер сценаріїв** клацніть на кнопці **Звіт**.
3. У діалоговому вікні **Звіт за сценарієм** вкажіть, який тип звіту ви хочете створити - виберіть перемикач структура для створення підсумкового звіту у вигляді структурованого робочого листа або перемикач **зведена таблиця** - для створення підсумкового звіту у вигляді зведеної таблиці (рис. 21). Для сценаріїв вирішення завдань оптимізації найбільш підходить звіт у вигляді структурованого робочого листа.
4. У поле **введення Осередки** результату введіть адреси осередків (вручну або шляхом виділення їх безпосередньо на робочому аркуші), що містять підсумкові результати. Для завдань оптимізації обов'язково треба вказати клітинку з цільовою функцією, а також, якщо в сценаріях зберігаються значення правих частин обмежень, осередки з формулами, обчислювати значення лівих частин обмежень.
5. Клацніть на кнопці **ОК**.

	A	B	C	D	E
1	Производственный план для завода "Олимп"				
2	Переменные решения				
3		x1	x2		
4		257,1428571	150		
5					
6	Коэффициенты целевой функции			Значение целевой функции	
7		c1	c2		
8		2000	2500	889285,7143	
9					
10	Ограничения		Левая часть		
11	Производство		1	407,1428571	<=
12	2-е марки		1	150	<=
13	Сырье 1		0,1	27,85714286	<=
14	Сырье 2		0,08	30	<=
15	Сырье 3		0,07	20,78571429	<=
16	Неотрицательность		1	150	>=
17	1-е марки		0	257,1428571	>=
18					
19		x1	x2	z	
20	Решение	257,14 т	150,00 т	889 285,71 р	

Мал. 21. Діалогове вікно Звіт за сценарієм

Звіт за сценаріями буде легко читатися і буде зрозумілий з першого погляду, якщо змінним осередкам сценаріїв і осередків результатів (що задаються при створенні звіту) присвоїти унікальні імена, відповідні їх «сутності». Присвоїти імена осередкам можна, зокрема, за допомогою команди **Вставка-> ім'я-> Присвоїти**. В іншому випадку осередки в стовпці B звіту залишаться порожніми і заповнювати їх доведеться вручну.

Готовий звіт по нашим сценаріями показаний на рис. 22. Цей звіт може послужити необхідного справі документування та обґрунтування прийняття рішення. Він послужить основою для заключних висновків виконаного аналізу чутливості.

	A	B	C	D	E	F	G	H
1								
2		<b>Структура сценария</b>						
3		Текущие значения:		Исходный	Полная загрузка	Без краски Б	Даешь краску Б!	
5		<b>Изменяемые:</b>						
6		\$B\$4	257,1428571	257,1428571	350	500	350	
7		\$C\$4	150	150	150	0	150	
8		\$B\$8	2000	2000	2000	2300	2300	
9		\$C\$8	2500	2500	2500	2300	2300	
10		\$F\$11	500	500	500	500	500	
11		\$F\$12	150	150	150	150	150	
12		\$F\$13	50	50	50	50	50	
13		\$F\$14	30	30	36,5	36,5	36,5	
14		\$F\$15	25	25	25	25	25	
15		\$F\$16	0	0	0	0	0	
16		\$F\$17	200	200	200	200	200	
17		<b>Результат:</b>						
18		\$D\$11	407,1428571	407,1428571	500	500	500	
19		\$D\$12	150	150	150	0	150	
20		\$D\$13	27,85714286	27,85714286	32,5	25	32,5	
21		\$D\$14	30	30	36,5	35	36,5	
22		\$D\$15	20,78571429	20,78571429	24,5	20	24,5	
23		\$D\$16	150	150	150	0	150	
24		\$D\$17	257,1428571	257,1428571	350	500	350	
25		Примечания: столбец "Текущие значения" представляет значения изменяемых ячеек в						
26		момент создания Итогового отчета по Сценарию. Изменяемые ячейки для каждого						
27		сценария выделены серым цветом.						

Рис. 22. Звіт по сценаріям

Підіб'ємо підсумки виконання аналізу чутливості в нашому прикладі.

1. Первісне рішення (сценарій **Вихідний** в звіті на рис. 22) - виробляти 257,14 т фарби А і 150 т фарби Б, при цьому буде отримано прибуток у розмірі 889 285,17 грн. - не завантажує повністю виробничі потужності.
2. Щоб повністю завантажити виробничі потужності, треба збільшити місячний запас сировини з 30 до 36,5 тонн (сценарій **Повне завантаження** в звіті на рис. 22), при цьому слід проводити 350 т фарби А і 150 т фарби Б, тоді буде отримана прибуток в розмірі 1 075 000 грн.
3. Перші два рішення мають силу, якщо питома прибуток фарби Б перевищує питомий прибуток фарби А. Якщо питома прибуток фарби Б менше питомої прибутку фарби А, то виробляти фарбу Б нерентабельно.
4. Якщо питома прибуток фарби Б приблизно дорівнює питомій прибутку фарби А, то прибуток не залежить від кількості виробленої фарби Б (сценарії **Без фарби Б** і **Даєш фарбу Б!** в звіті на рис. 22). При цьому раціонально відмовитися від виробництва фарби Б або зменшити її виробництво до мінімуму, оскільки це скорочує необхідний для виробництва сумарний запас всіх видів сировини (сценарій **Без фарби Б**).



#### Лабораторна робота № 4. Методи прийняття рішень в задачах векторної оптимізації

**Мета роботи:** отримання практичних навичок пошуку оптимального рішення за допомогою методу поступок.

#### Приклад пошуку оптимального рішення за допомогою методу поступок

Приклад. Знайти компромісне рішення за умови, що відхилення за першим критерієм від максимального значення становить 50%

$$f_1 = 3x_1 + 2x_3 \quad (\max);$$

$$f_2 = x_1 + 2x_2 + x_3 \quad (\min);$$

$$\{-2x_1 - x_2 + 5x_3 \leq 6\} \quad \{x_1 - 2x_3 \leq 2\} \quad \{2x_2 - x_3 \leq 5\}$$

Оскільки дана задача є задачею лінійного програмування, то на кожному кроці для вирішення відповідних однокритеріальних завдань можна скористатися симплекс-методом. Вирішимо однокритеріальних завдання за першим критерієм. Складаємо симплекс-таблицю:

	1	$-x_1$	$-x_2$	$-x_3$
$x_4 =$	6	-2	-1	5
$x_5 =$	2	1	0	-2
$x_6 =$	5		2	-1
$f_1 =$	0	-3	0	-2

Так як даний план не задовольняє умові оптимальності, то, знаходячи дозволяє елемент і застосовуючи перетворення Гаусса-Жордана, будемо наступну послідовність симплекс-таблиць:

	1	$-x_5$	$-x_2$	$-x_3$		1	$-x_5$	$-x_2$	$-x_4$	
$x_4 =$	10	2	-1	1		$x_3 =$	10	2	-1	1
$x_1 =$	2	1	0	-2		$x_1 =$	22	5	-2	2
$x_6 =$	5	0	2	-1		$x_6 =$	15	2	1	1
$f_1 =$	6	3	0	-8		$f_1 =$	86	19	8	8
	1	$-x_5$	$-x_6$							
$x_3 =$	25									
$x_1 =$	52									
$x_2 =$	15									
$f_1 =$	206	35	8	16						

Максимальне значення цільової функції досягається, таким чином, для плану

$$\bar{x}^* = (x_1^*; x_2^*; x_3^*) = (52; 15; 25); \quad f_1 = 206.$$

Роблячи поступку на 50% отримуємо

$$f_1 = 0,5 \cdot 206 = 103$$

І вводимо допоміжне обмеження

$$3x_1 + 2x_3 \geq 103.$$

Тепер вирішуємо однокритеріальних завдання для другої цільової функції з урахуванням додаткового обмеження. Отримуємо наступну послідовність симплекс таблиць:

	1	$-x_1$	$-x_2$	$-x_3$		1	$-x_5$	$-x_2$	$-x_3$
$x_4 =$	6	-2	-1	5	$x_4 =$	10	2	-1	1
$x_5 =$	2	1	0	-2	$x_1 =$	2	1	0	-2
$x_6 =$	5	0	2	-1	$x_6 =$	5	0	2	-1
$x_7 =$	-103	-3	0	-2	$x_7 =$	-97	3	0	-8
$f_2 =$	0	-1	-2	-1	$f_2 =$	2	1	-2	-3

	1	$-x_5$	$-x_2$	$-x_4$		1	$-x_5$	$-x_7$	$-x_4$
$x_3 =$	10	2	-1	1	$x_3 =$	97/8			
$x_1 =$	22	5	-2	2	$x_1 =$	105/4			
$x_6 =$	15	2	1	1	$x_6 =$	137/8			
$x_7 =$	-17	19	-8	8	$x_2 =$	17/8			
$f_2 =$	32	7	-5	3	$f_2 =$	341/8	-39/8	-5/8	-2

Таким чином, при заданих умовах завдання ефективним є наступний план:

$$\bar{x}^* = (x_1^*; x_2^*; x_3^*) = (105/4; 17/8; 97/8),$$

для якого  $f_1 = 103$ ;  $f_2 = 341/8$ .

**Приклад використання методу поступок засобами MS Excel**

20 %

$$f_1 = 3x_1 + 2x_3 \text{ (max)}$$

$$10 \quad f_2 = 2x_1 + 4x_2 + x_3 \text{ (min)}$$

$$\begin{cases} -x_1 + x_2 + x_3 \leq 2 \\ x_1 - 2x_3 \leq 2 \\ 2x_2 - x_3 \leq 5 \\ x_1 \geq 0; x_2 \geq 0; x_3 \geq 0; \end{cases}$$

Заповнюємо таблиці:

1 таблиця для f1

2 таблиця для f2

	x1	x2	x3
f1	2,00	0	0,00
огр			
1	2,00		
2	2,00		
3	0,00		

	x1	x2	x3
f2	0,00		
огр			
1	0,00		
2	0,00		
3	0,00		

Параметры поиска решения

Оптимизировать целевую функцию:

До:  Максимум  Минимум  Значения:

Изменяя ячейки переменных:

В соответствии с ограничениями:

- \$B\$3:\$D\$3 >= 0
- \$B\$6 <= 2
- \$B\$7 <= 2
- \$B\$8 <= 5

Сделать переменные без ограничений неотрицательными

Выберите метод решения:

Метод решения

Для гладких нелинейных задач используйте поиск решения нелинейных задач методом ОПГ, для линейных задач - поиск решения линейных задач симплекс-методом, а для негладких задач - эволюционный поиск решения.

Активация:

Запускаємо пошук вирішення завдань, додаємо обмеження, вибираємо метод, натискаємо «знайти рішення».

Максимальне значення цільової функції = 6, робимо поступку на 20%.

$f * 0.2 = 1.2$  Вводимо додаткове обмеження:  $3x_1 + 2x_3 \leq 1.2$

В соответствии с ограничениями:

- \$B\$3:\$D\$3 >= 0
- \$B\$6 <= 2
- \$B\$7 <= 2
- \$B\$8 <= 5
- \$B\$9 <= 1,2

## Лабораторна робота № 5. Прийняття рішення в умовах ризику

**Мета:** Набути навичок пошуку раціональних рішень в умовах ризику з використанням пакета MS Excel.

У звіті представляється:

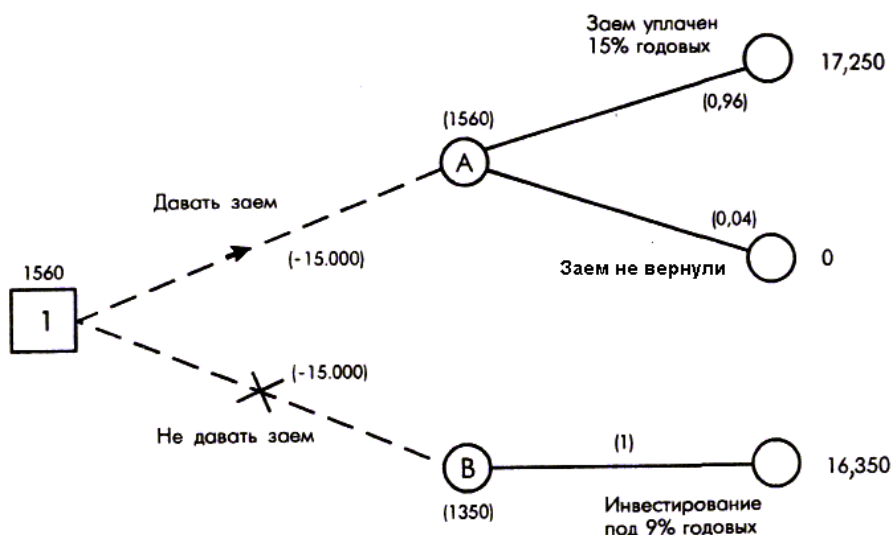
- формулювання індивідуального завдання;
- дерево прийняття рішень (таблиця платежів);
- результати розрахунків прибутків (витрат) можливих результатів, відповідно до «деревом» і висновки про обраний варіант рішення;
- аналіз чутливості прийнятого рішення. Висновки за результатами аналізу;

### Теоретичні відомості

До завдань прийняття рішень в умовах ризику, відносяться завдання, вихідні дані в яких можна описати за допомогою імовірнісних розподілів. У подібних моделях термін ризик має цілком певний сенс: розглядається кілька станів природи, і ми можемо зробити припущення про ймовірності настання кожного можливого стану природи.

Якщо рішення приймається в умовах ризику, то вартості альтернатив зазвичай описуються ймовірносними розподілами. Тобто прибуток (витрати), пов'язана з кожним альтернативним рішенням, є випадковою величиною (повернуть або повернуть кредит: в одному випадку ми отримаємо прибуток, в іншому - збитки). Тому в якості критерію прийняття рішення використовується очікуване значення вартості-математичне очікування (M). Всі альтернативи порівнюються з точки зору максимізації очікуваного прибутку або мінімізації очікуваних витрат.

**Приклад 1.** Для фінансування проекту бізнесмену потрібно зайняти терміном на один рік 15000 дол. Банк може позичити йому ці гроші під 15% річних або вкласти в справу зі 100% -ним поверненням суми, але під 9% річних. З минулого досвіду банкіру відомо, що 4% таких клієнтів позичку не повертають. Що робити? Давати йому позику чи ні?



Побудова дерева рішень.

- квадратні "вузли" позначають місця, де приймається рішення (з квадрата виходять альтернативи);
- круглі "вузли" - поява випадків (випадковий вибір стану природи).
- чисельні значення доходів (результати) прораховуються, починаючи з кінця "гілок", поступово наближаючись до вихідного питання.

Результат A1 = 15000 + 15% від 15000 = 17250

Результат A0 = 0

Результат B1 = 15000 + 9% від 15000 = 16350

Чистий дохід, що отримується в разі вибору альтернативи A:

**M (давати позику)** = (17250 \* 0,96 + 0 \* 0,04) - 15000 = 16500 - 15000 = 1560 дол.

Вибір альтернативи B дає:

**M (не давати позику)** = (16350 \* 1,0 - 15000) = 1350 дол.

Оскільки очікуваний чистий дохід більше для альтернативи A, то приймаємо рішення видати позику.

**Аналіз чутливості.** Рішення, що приймаються за допомогою «дерева», залежать від ймовірностей результатів. Чутливість рішення визначається розміром змін ймовірностей. Вибираючи рішення, ми повинні знати, наскільки воно залежить від змін ймовірностей, і, отже, наскільки можна покладатися на цей вибір.

Проаналізуємо чутливість в тільки що розглянутому прикладі. Очікувані чисті доходи в «вузлах» A та B досить близькі: 1560 і 1350 дол. Вибір рішення залежить від значення ймовірностей. Аналіз чутливості дозволяє нам обчислити «розкид» ймовірностей, які змінюють наш вибір.

Позначимо ймовірність «неповернення» позики через процесу через  $p$ . Тоді варіант A дає чистий дохід

$$17250 * (1-p) + 0 * p - 15000 = 2250 - 17250 * p$$

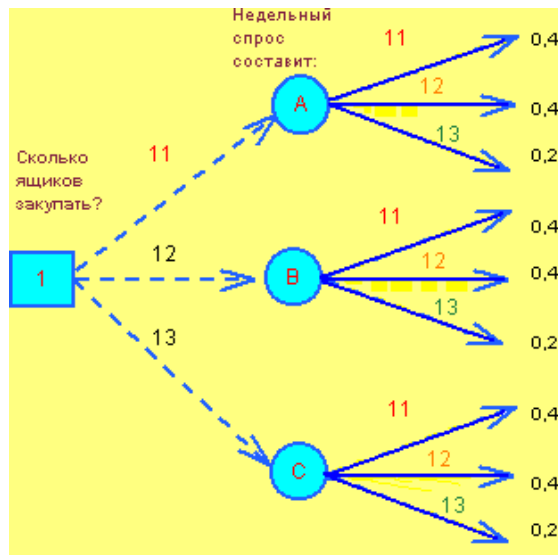
Варіант B дає чистий дохід 1350 дол. Уравнювання цих результатів дає:

$$2250 - 17250 * p = 1350 \Rightarrow p = 900/17250 = 0,052$$

Оскільки результат  $p \approx 0,05$  виявився близький до  $p \approx 0,04$ , це показує, що вибір рішення дуже чутливий до розрахунків величини ймовірності, і найменша помилка може призвести до зміни вибору. Що показує важливість аналізу чутливості в процесі прийняття рішень. **Приклад 2.** Посередницька фірма щотижня закуповує і поширює хімічні реактиви для фотолабораторій. Вартість закупівлі ящика становить 50 дол., Прибуток від продажу ящика - 80 дол. Статистика дослідження попиту приведена в таблиці.

Тижневий попит, ящиків	Вірогідність
11	0,4
12	0,4
13	0,2

Якщо закуплений ящик залишився непроданими, фірма несе збиток 50 доларів. Визначити розмір запасу, який доцільно створити фірмі. Чи зміниться рішення, якщо незадоволений попит клієнта буде оцінений в 45 доларів? Дерево рішень запишеться у вигляді



Підсумкова таблиця рішення задачі в Excel (файл Фотобумага.XLS) має вигляд

		Вероятность спроса	Закупка	Спрос	Продано	Не продано	Неудовл. спрос	Ожидаемый чистый доход	То же, с учетом неудовл. спроса
Сколько ящиков закупать?	A	0.4	11	11	11	0	0	330	330
		0.4	11	12	11	0	1	330	285
		0.2	11	13	11	0	2	330	240
								330	294
	B	0.4	12	11	11	1	0	280	280
		0.4	12	12	12	0	0	360	360
		0.2	12	13	12	0	1	360	315
								328	319
	C	0.4	13	11	11	2	0	230	230
0.4		13	12	12	1	0	310	310	
0.2		13	13	13	0	0	390	390	
							294	294	
Стоимость закупки	50								
Стоимость продажи	80								
Штраф за неудовл. спрос	45								

Очікуваний чистий дохід максимальний при виборі альтернативи А (330 дол.). З урахуванням штрафів за незадоволений попит максимальний чистий дохід дає альтернатива В (319 дол.).

**Приклад 3.** Банк вирішує питання, перевіряти чи конкурентоспроможність клієнта, перед тим, як видавати позику. Аудиторська фірма бере з банку 80 ф. ст. за перевірку. В результаті цього перед банком постають дві проблеми: перша проводити чи ні перевірку, друга - видавати після цього позику чи ні.

Вирішуючи першу проблему, банк перевіряє правильність виданих аудиторською фірмою відомостей. Для цього вибираються 1000 чоловік, які були перевірені і яким згодом видавалися позички.

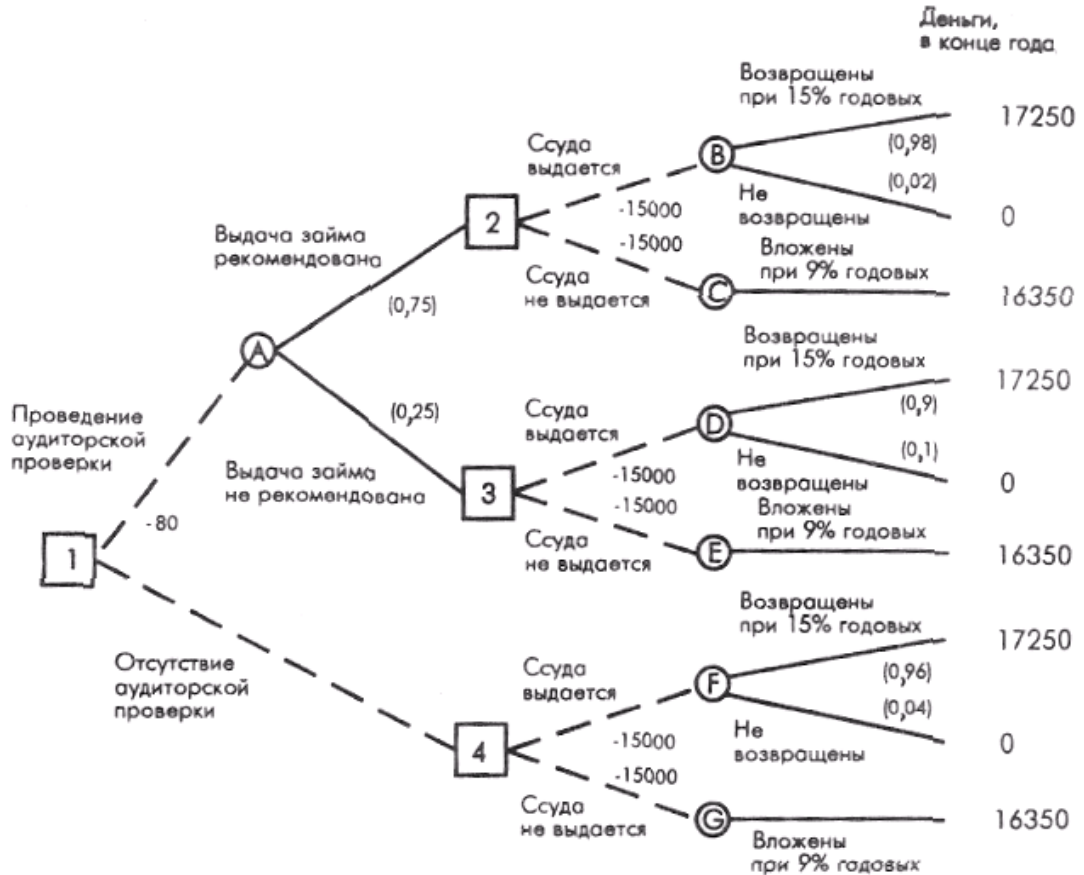
Рекомендації аудиторської фірми і повернення позички

Рекомендації перевірки кредитоспроможності	після	Фактичний результат		Всього
		Клієнт позику повернув	Клієнт позику не повернув	

Давать позику	735	15	750
Не давать позику	225	25	250
	960	40	1000

Рішення задачі складається з наступних етапів.

Етап. 1. Будуємо дерево рішень (див. Нижче).



Етап 2. Використовуючи дані таблиці, обчислимо ймовірності кожного результату:

- P (клієнт позику поверне; фірма рекомендувала) =  $735/750 = 0,98$ ;
- P (клієнт позику не поверне; фірма рекомендувала) =  $15/750 = 0,02$ ;
- P (клієнт позику поверне; фірма не рекомендувала) =  $225/250 = 0,9$ ;
- P (клієнт позику не поверне; фірма не рекомендувала) =  $25/250 = 0,1$ .

Етап 3. Зліва направо проставимо грошові результати кожного з «вузлів», використовуючи результати, обчислені раніше. Будь-які зустрічаються витрати віднімаємо з очікуваних доходів. Таким чином підраховуємо всі «дерево». Після того, як пройдені квадрати «рішень», вибирається «гілка», що веде до найбільшого з можливих при даному рішенні очікуваному доходу.

Спочатку подивимося на гуртки результатів B і C, що є наслідком квадрата 2 (чи видавати позику клієнтові?)

Дохід, очікуваний від результату U:  $M(B) = 17250 \text{ дол.} \times 0,98 + 0 \times 0,02 = 16905 \text{ дол.}$ ; чистий очікуваний дохід:  $NM(B) = 16905 - 15000 = 1905 \text{ дол.}$

Дохід, очікуваний від результату 3:  $M(C) = 16350 \text{ дол.} \times 1,0 = 16350 \text{ дол.}$ ; чистий очікуваний дохід:  $NM(C) = 16350 - 15000 = 1350 \text{ ф. ст.}$

Припустимо, що ми зараз в квадраті 2. Максимальний очікуваний дохід 1905 дол. Досягається в гуртку B, тому приймаємо рішення видати позику.

Прийнявши рішення, коригуємо «дерево», проставивши чистий очікуваний дохід 1905 дол. Над квадратом 2. «Гілка» «не давати позику» закреслюється.

Те ж саме робимо з кружками результатів D і E. Дохід, очікуваний від результату D:  $M(D) = (17250 \text{ дол.} \times 0,9) + (0 \times 0,1) = 15525 \text{ дол.}$ ; чистий очікуваний дохід:  $NM(D) = 15525 - 15000 = 525 \text{ дол.}$

Аналогічно для результату E:  $M(E) = 16350 \text{ дол.} \times 1,0 = 16350 \text{ дол.}$ ; чистий очікуваний дохід:  $NM(E) = 16350 - 15000 = 1350 \text{ дол.}$

Якби ми були в квадраті 3, то максимальний очікуваний дохід дорівнював би 1350 дол. І можна було б прийняти рішення не видавати позику.

Нарешті приступаємо до розрахунку гуртків результатів F і G, які є результатами рішення 4.  $M(F) = 17250 \text{ дол.} \times 0,96 + 0 \times 0,04 = 16560 \text{ дол.}$ ;  $NM(F) = 16560 - 15000 = 1560 \text{ дол.}$ ;  $M(G) = 16350 \text{ дол.} \times 1,0 = 16350 \text{ дол.}$ ;  $NM(G) = 16350 - 15000 = 1350 \text{ дол.}$

В квадраті 4 максимальний очікуваний чистий дохід становить 1560 дол., і тому приймаємо рішення видати клієнту позичку. Сума 1560 дол. Надписується над квадратом 4, а альтернативна «гілка» перекреслюється.

Тепер повернемося до «вузлів» A та 1. Використовуючи очікувані чисті доходи над квадратами 2 і 3, розрахуємо математичне сподівання для гуртка A:

$$M(A) = (1905 \text{ дол.} \times 0,75) + (1350 \text{ дол.} \times 0,25) = 1766 \text{ дол.}$$

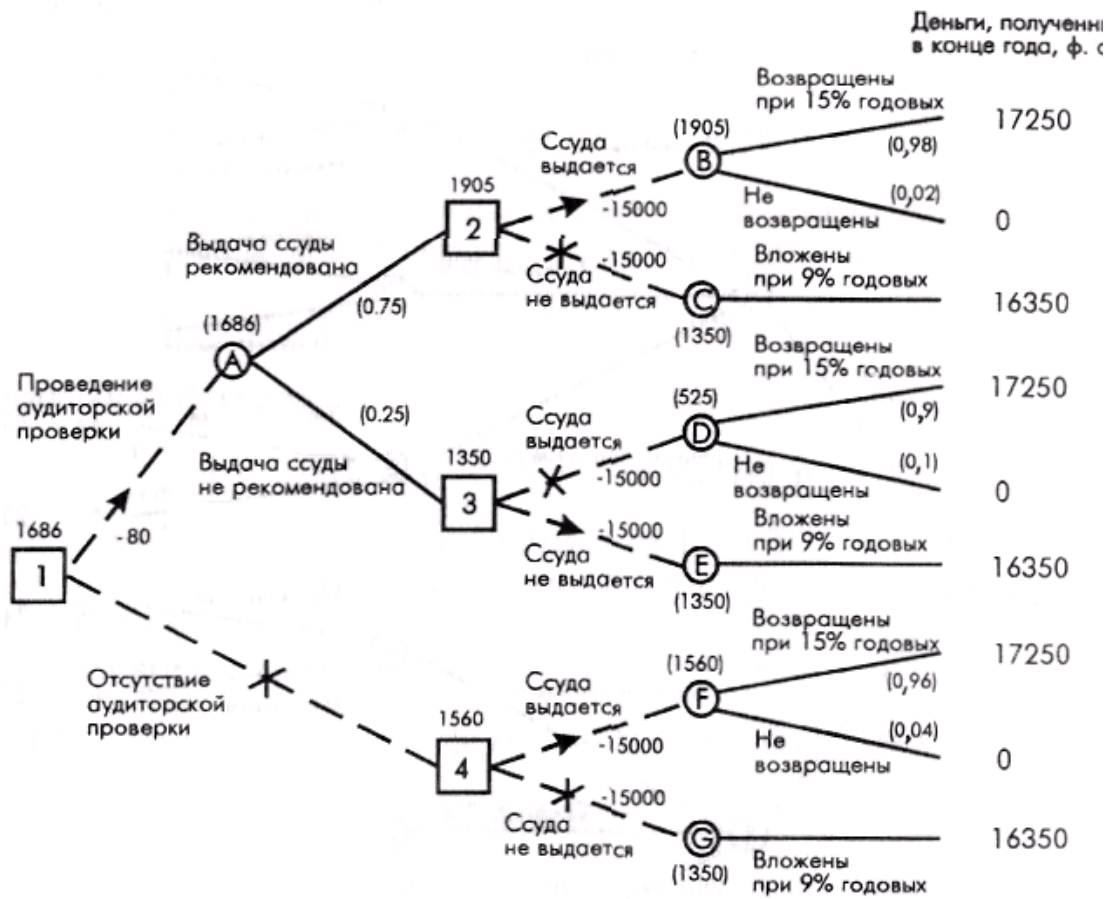
Так як аудиторська перевірка коштує 80 дол., Очікуваний чистий дохід складе:

$$NM(A) = 1766 - 80 = 1686 \text{ дол.}$$

Тепер можна проставити значення першого рішення квадрата 1. Чи повинен банк скористатися аудиторською перевіркою? У цьому «вузлі» максимальне математичне очікування - 1 686 дол., Тому перекреслюємо альтернативну «гілка».

На рис. нижче стрілками показана послідовність рішень, що веде до максимального чистого доходу: в квадраті 1 скористаємося аудиторською перевіркою. Якщо видача позики рекомендується фірмою, тоді в квадраті 2 - видати позику, якщо не рекомендується, то в квадраті 3 - не видавати позику, а інвестувати ці гроші під стабільні 9% річних.





## Лабораторна робота № 6. Теорія ігор і прийняття рішень в умовах невизначеності

**Мета:** Набути навичок пошуку раціональних рішень в умовах невизначеності викликаної конфліктом інтересів.

Для кожного завдання представляється:

- формулювання завдання;
- матриця гри, формулювання завдання ЛП, знайдене рішення (ціну гри та оптимальні стратегії гравців) і відповіді на додаткові питання.

### Теоретичні відомості

У теорії ігор розглядаються ситуації, пов'язані з прийняттям рішень, в яких два або більше розумних противника мають конфліктуючі цілі.

Саме слово «гра» застосовується для позначення деякого набору правил і угод, що становлять даний вид гри, наприклад: футбол, карткова гра, шахи. Ці ситуації прийняття рішень відрізняються від ситуацій прийняття рішень в умовах ризику, де природа, хоча і може перебувати в різних станах, але не переслідує будь-яких цілей і, отже, не розглядається в ролі суперника.

У грі зацікавлені сторони називаються гравцями, кожен з яких має певну множину варіантів вибору (не менш двох, інакше він фактично не бере участі в грі, оскільки заздалегідь відомо, що він зробить).

В економіці модель поведінки осіб у вигляді гри виникає, наприклад, при спробі декількох фірм завоювати найбільш вигідне місце на конкурентному ринку, або, наприклад, при бажанні кількох осіб (компаній) розділити деяку кількість продукту (ресурсу, фінансових коштів) між собою так, щоб кожному дісталось якомога більше.

Гравцями в конфліктних економічних ситуаціях, що моделюються у вигляді гри, є виробничі і невиробничі фірми, банки, окремі люди і інші економічні агенти.

У військових додатках модель гри використовується, наприклад, для найкращого вибору засобів (з наявних або потенційно можливих) ураження військових цілей противника або захисту від його нападу.

Для ігор характерна невизначеність результату. Причини або джерела невизначеності відносяться до трьох груп:

1) Комбінаторні джерела (шахи);

2) Випадкові фактори (гра в орлянку, кістки, ігри в карти, де випадковий розклад);

3) Невизначеність має стратегічне походження: гравець не знає, якого роду способу дій дотримується його противник. Тут невизначеність виходить від іншої особи.

Далі розглянуті ігрові моделі конфліктів, в яких беруть участь два противника, кожен з яких має кінцеве число варіантів вибору рішень.

З кожною парою рішень пов'язаний платіж, який один з гравців виплачує іншому (тобто виграш одного гравця дорівнює програшу іншого). Такі ігри прийнято називати **кінцевими іграми двох осіб з нульовою сумою**.

У грі беруть участь два гравці: А і В.

У розпорядженні кожного гравця є кінцеве безліч варіантів вибору - стратегій.

нехай  $\{a_1, a_2, \dots, a_n\}$  - безліч стратегій гравця А,  $\{b_1, b_2, \dots, b_m\}$  - безліч стратегій гравця В.

З кожною парою стратегій пов'язаний платіж, який один з гравців виплачує іншому. Тобто, коли гравець А вибирає стратегію  $a_i$  (Свою і-ю стратегію), а гравець В - стратегію  $b_j$ , То результатом такого вибору стає платіж  $H(a_i, b_j)$ .

Оскільки стратегій кінцеве число, то платежі  $H(a_i, b_j)$  утворюють матрицю розмірності, яка називається **матрицею платежів (або матрицею гри)**.  $n \times m$

Рядки цієї матриці відповідають стратегіям гравця А, а стовпці - стратегіям гравця В.

Нехай два гравці А і В грають в гру, засновану на підкиданні монети. Гравці одночасно і незалежно один від одного вибирають герб (Г) або решку (Р). Якщо результати двох підкидань монети збігаються (тобто ГГ або РР), то гравець А отримує один долар від гравця В. Інакше гравець А платить один долар гравцеві В.

Для кожного з гравців можливі 2 варіанти результатів: випадання герба або решки, отже матриця платежів має розмірність 2 x 2.

	ВГ	ВР
АГ		
АР		

Якщо результати двох підкидань (тобто підкидань монети гравцями А і В) збігаються, то платіж в 1 долар отримує гравець А. Будемо будувати матрицю гри, з точки зору гравця А, тобто його виграші оцінювати як позитивні, а програші - як негативні (з точки зору У все буде навпаки і ми цілком могли б побудувати **матриці платежів**, орієнтуючись на його точку зору).

	ВГ	ВР
АГ	1	
АР		1

Якщо результати підкидання розрізняються, то долар отримує В, значить платіж А дорівнює -1 долар. У грі з нульовою сумою виграш гравця В рівносильний програшу

гравця А і дорівнює тому  $-H(a_i, b_j)$ .

	ВГ	ВР
АГ	1	-1
АР	-1	1

Ми побудували матрицю гри, що описує задану ситуацію. Передбачається, що матриця гри обом гравцям відома.

Результат гри залежить від поведінки обох гравців, яке ґрунтується на виборі правильних стратегій гри, тобто таких варіантів, при яких так платіж даному гравцю буде найбільшим.

Однак, на відміну від методів оптимізації, в теорії ігор гравець не може просто прагнути до максимуму, він змушений рахуватися з діями суперника. Істотно, що жоден з партнерів не знає, яку стратегію застосує його противник.

Таким чином, має місце ситуація повної невизначеності, при якій теорія ймовірності також не може допомогти гравцям у виборі рішення.

Розглянемо процес прийняття рішень обома сторонами, припускаючи, що обидва гравці будуть діяти раціонально. Якщо гравець А не знає, як вчинить його противник, то, діючи найдоцільніше і не бажаючи ризикувати, він вибере таку стратегію, яка гарантує йому найбільший з найменших виграшів при будь-якої стратегії супротивника.

	В 1	В 2	У 3
А1	2	-3	4
А2	-3	4	-5
А3	4	-5	6

Тобто, А передбачає, що В розумний і буде вести себе так, щоб доставити противнику найбільші неприємності. Тоді, при виборі 1-й стратегії, А може розраховувати

лише на найгірший для себе результат -3. При виборі 2-й і 3-й стратегій він може розраховувати на -5. З усіх можливих стратегій доцільніше вибрати ту, що принесе максимальний можливий дохід (мінімальні можливі збитки, як в нашому випадку). У нашому випадку це стратегія 1.

Прийнято говорити, що при такому способі дій гравець А керується **принципом максимінної виграшу**. Цей виграш визначається формулою

$$\alpha = \max_i \min_j a_{ij}$$

Величина  $\alpha$  називається **нижньою ціною гри, Максимін виграшем**, або скорочено **Максиміна**. Це той гарантований мінімум, який гравець А може собі забезпечити, дотримуючись найбільш обережної стратегії.

Очевидно, аналогічне міркування можна провести і за гравця В. Так як він зацікавлений в тому, щоб звернути виграш А в мінімум, він повинен переглянути кожен свою стратегію з точки зору максимального виграшу при цій стратегії. Тому внизу матриці ми випишемо максимальні значення по кожному колонку

$$\beta_j = \max_i a_{ij}$$

Всі ці максимуми гарні для А, але вкрай неприємні для В. Оскільки противник також враховує нашу розумність, то вибирає з цих варіантів найменший

$$\beta = \min_j \max_i a_{ij}$$

- більше цієї суми гравець В точно не втратить.

Величина  $\beta$  азивається **верхньою ціною гри**, інакше - «Мінімакс».

Принцип обережності, який визначає вибір партнерами стратегій, відповідних максиміна виграшу або мінімаксне програшу, часто називають принципом мінімакса, а стратегії, що впливають з цього принципу, - **мінімаксними стратегіями**. Можна довести, що завжди  $\alpha \leq \beta$ , Чим і пояснюються назви "нижня ціна" і "верхня ціна".

	В 1	В 2	У 3	$\alpha_i$
A1	2	-3	4	-3
A2	-3	4	-5	-5
A3	4	-5	6	-5
$\beta_j$	4	4	6	

Матриця гри в загальному вигляді

	В 1	В 2	...	Вm	$\alpha_i$
A1	a11	a12	...	a1m	$\alpha_1$
A2	a21	a22	...	a2m	$\alpha_2$
...	...	...	...	...	...
An	an1	an2	...	anm	$\alpha_n$
$\beta_j$	$\beta_1$	$\beta_2$	...	$\beta_n$	

Нижня ціна гри; верхня ціна гри. Наша **Максиміна стратегія** є А1; застосовуючи її систематично, ми можемо твердо розраховувати виграти не менше -3 (програти не більше 3). Мінімаксна стратегія супротивника є будь-яка із стратегій В1 і В2, застосовуючи їх систематично, він, у всякому разі, може гарантувати, що програє не більше 4. Якщо ми відступимо від своєї максимінної стратегії (наприклад, виберемо стратегію А2), противник може нас «покарати» за це, застосувавши стратегію В3 і звівши наш виграш до - 5. Але якщо противник вибере стратегію В3, то ми в свою чергу можемо вибрати А3 і він програє 6 і т.д. Таким чином, положення, при якому обидва гравці

користуються своїми мінімаксними стратегіями, є нестійким і може бути порушено надійшли відомостями про стратегію супротивної сторони.  $-3 = 4$

Однак існують деякі ігри, для яких мінімаксні стратегії є стійкими. Це ті ігри, для яких нижня ціна дорівнює верхній: .Якщо нижня ціна гри дорівнює верхній, то їх загальне значення називається ціною гри, і позначають  $\gamma$ .

Наприклад, в грі, матриця якої наведена нижче, верхня і нижня ціни гри виявляються рівними: 0.6

Елемент 0,6, виділений в платіжній матриці, є одночасно мінімальним у своєму рядку і максимальним у своєму стовпці.

В геометрії точку на поверхні, що володіє аналогічним властивістю (одночасний мінімум по одній координаті і максимум за іншою), називають *сідловою*.

За аналогією цей термін застосовується і в теорії ігор. Елемент матриці, що володіє цією властивістю, називається сідловою матриці, а про гру кажуть, що вона має седлову точку.

	B 1	B 2	У 3	B 4	$\alpha_i$
A1	0,4	0,5	0,7	0,3	0,3
A2	0,8	0,4	0,3	0,7	0,3
A3	0,7	<b>0,6</b>	0,8	0,9	<b>0,6</b>
A4	0,7	0,2	0,4	0,6	0,2
$\beta_j$	0,8	<b>0,6</b>	0,8	0,9	

Для ігор з сідловою рішення гри володіє наступною чудовою властивістю.

Якщо один з гравців (наприклад А) дотримується своєї оптимальної стратегії, а інший гравець (В) буде будь-яким способом відхилитися від своєї оптимальної стратегії, то для гравця, який допустив відхилення, це ніколи не може виявитися вигідним. Це твердження легко перевірити на прикладі розглянутої гри з сідловою.

У цьому випадку наявність у будь-якого гравця відомостей про те, що противник обрав свою оптимальну стратегію, не може змінити своєї поведінки гравця: якщо він не хоче діяти проти своїх же інтересів, він повинен дотримуватися своєї оптимальної стратегії. Тобто пара оптимальних стратегій в грі з сідловою є як би «становищем рівноваги».

Аналізуючи матрицю гри, ми прийшли до висновку, що якщо кожному гравцеві наданий вибір однієї-єдиної стратегії, то в розрахунку на розумно чинного противника цей вибір повинен визначатися принципом мінімакса. Дотримуючись цієї стратегії, ми при будь-якому поведінці супротивника свідомо гарантуємо собі виграш, рівний нижній ціні гри. Виникає природне запитання: чи не можна гарантувати собі середній виграш, більший, якщо застосовувати не одну-єдину «чисту» стратегію, а чергувати випадковим чином кілька стратегій? Такі комбіновані стратегії, що складаються в застосуванні декількох чистих стратегій, які чергуються за випадковим законом з певним співвідношенням частот, в теорії ігор називаються *змішаними стратегіями*.

Для матричної гри позначимо через  $n \times m$   $P = (p_1, p_2, \dots, p_n)$  - змішану стратегію

гравця А, де  $p_1 \geq 0, p_2 \geq 0, \dots, p_n \geq 0$  і  $\sum_{i=1}^n p_i = 1$  . через  $Q = (q_1, q_2, \dots, q_m)$  позначимо

змішану стратегію гравця В, де  $q_1 \geq 0, q_2 \geq 0, \dots, q_m \geq 0$  і  $\sum_{j=1}^m q_j = 1$  . тут  $p_1, p_2, \dots, p_n$  -

ймовірності використання гравцем А в змішаній стратегії своїх чистих стратегій  $a_i$  . І

$q_1, q_2, \dots, q_m$  - можливість використання гравцем В в змішаній стратегії своїх чистих стратегій  $b_j$ .

Математичне сподівання виграшу гравця А запишеться у вигляді

$$M(P, Q) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m a_{ij} p_i q_j$$

Змішана стратегія, яка гарантує гравцеві найбільший можливий середній виграш (або найменший можливий середній програш), називається його **оптимальної змішаної стратегією**. Нехай  $P$  - змішана стратегія гравця А,  $Q$  - змішана стратегія гравця В. Пара змішаних стратегій, при якій, називають сідловою гри, а математичне очікування виграшу - ціною гри, причому завжди  $M(P, Q) \leq M(P, Q) \leq M(P, Q) = M(P, Q)$   $\alpha \leq \gamma \leq \beta$

Загальним методом знаходження рішення гри будь-якої кінцевої розмірності є її зведення до задачі лінійного програмування. З основного положення теорії ігор слід, що при використанні змішаних стратегій таке оптимальне рішення завжди існує і ціна гри знаходиться між верхнім і нижнім значеннями гри  $\alpha \leq \gamma \leq \beta$

Припустимо, що змішана стратегія гравця А складається із стратегій  $a_1, a_2, \dots, a_n$  з вірогідністю  $P_i$  (Деякі із значень ймовірностей можуть бути рівні нулю). Оптимальна змішана стратегія гравця В складається із стратегій  $b_1, b_2, \dots, b_m$  з вірогідністю  $q_j$ . Умови гри визначаються платіжною матрицею  $H(a_i, b_j)$  з елементами  $a_{ij} > 0, i = 1, \dots, n; j = 1, \dots, m$ . Якщо гравець А застосовує оптимальну змішану стратегію, а гравець В - чисту стратегію  $b_j$ , То середній виграш гравця А (**математичне очікування виграшу**) складе

$$p_1 a_{1j} + p_2 a_{2j} + \dots + p_n a_{nj}$$

Гравець А прагне до того, щоб за будь-якої стратегії гравця В його виграш був не менший, ніж ціна гри, а сама ціна гри була максимальною. Така поведінка гравця А описується наступним завданням лінійного програмування:

$\gamma \rightarrow \max$  (Гравець А прагне максимізувати свій виграш)

$$p_1 a_{11} + p_2 a_{21} + \dots + p_n a_{n1} \geq \gamma,$$

$$p_1 a_{12} + p_2 a_{22} + \dots + p_n a_{n2} \geq \gamma,$$

...

$$p_1 a_{1m} + p_2 a_{2m} + \dots + p_n a_{nm} \geq \gamma,$$

$$p_1 + p_2 + \dots + p_n = 1,$$

$$p_i \geq 0, i = 1, \dots, n.$$

використовуючи позначення  $x_i = p_i / \gamma$  і співвідношення  $p_1 + p_2 + \dots + p_n = 1$ , отримаємо  $\gamma = 1 / (x_1 + x_2 + \dots + x_n)$ . Звідси

$$x_1 + x_2 + \dots + x_n \rightarrow \min$$

$$\begin{aligned}
& a_{11}x_1 + a_{21}x_2 + \dots + a_{n1}x_n \geq 1, \\
& a_{12}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{n2}x_n \geq 1, \\
& \dots \\
& a_{1m}x_1 + a_{2m}x_2 + \dots + a_{nm}x_n \geq 1, \\
& x_i \geq 0, i = 1, \dots, n.
\end{aligned}$$

Це завдання завжди має рішення  $x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*$ . Отримавши яке (наприклад, за допомогою надбудови Пошук рішення MS Excel) можна знайти ціну гри  $\gamma = 1/(x_1^* + x_2^* + \dots + x_n^*)$  і оптимальні значення ймовірностей  $P_1, P_2, \dots, P_n$  оптимальній змішану стратегію гравця А.

Зверніть увагу на те, що матриця гри представлена в нерівностях в транспоновану вигляді.

Поведінки гравця В відповідає двоїста задача лінійного програмування:

$$y_1 + y_2 + \dots + y_n \rightarrow \max$$

(еквівалентно  $\gamma \rightarrow \min$ : Гравець В прагне мінімізувати свій середній програш)

$$a_{11}y_1 + a_{12}y_2 + \dots + a_{1n}y_n \leq 1,$$

$$a_{21}y_1 + a_{22}y_2 + \dots + a_{2n}y_n \leq 1,$$

...

$$a_{m1}y_1 + a_{m2}y_2 + \dots + a_{mn}y_n \leq 1,$$

$$y_i \geq 0, j = 1, \dots, m.$$

$$\text{тут } y_j = q_j / \gamma.$$

Якщо у вихідній платіжної матриці є хоча б один неперетворення до матриці, всі елементи якої строго позитивні. Для цього достатньо збільшити всі елементи вихідної матриці на одне і те ж число

$$d > \max_i \max_j |a_{ij}|, a_{ij} \leq 0.$$

При такому перетворенні матриці оптимальні стратегії гравців не зміняться. Якщо вихідна матриця збільшувалася на  $d$ , То для отримання ціни первісної гри, потрібно зменшити на  $d$ .

## **Лабораторна робота № 7. Прийняття рішень в умовах визначеності за допомогою методу аналізу ієрархій (МАІ).**

**Мета:** Набути навичок розв'язання багатокритеріальних задач з використанням пакета MS Excel.

### **Порядок виконання роботи:**

- 1) Завдання 1: визначення найкращої альтернативи за допомогою МАІ. Вивчення прикладу.
  1. Побудова ієрархії «цілі - критерії - альтернативи».
  2. Попарне порівняння критеріїв, переклад результатів порівнянь в числову форму. Нормалізація і перевірка узгодженості суджень за допомогою пакета MS Excel.
  3. Попарне порівняння оцінок альтернатив за кожним з критеріїв. Нормалізація і перевірка узгодженості суджень за допомогою пакета MS Excel.
  4. Обчислення вектора пріоритетів по кожному з критеріїв.
  5. Визначення найкращої альтернативи.
- 2) Завдання 2: вибір покупки
  1. Вибір покупки за допомогою рейтингу пріоритетів.
  2. Вибір покупки за допомогою МАІ.
- 3) Складання звіту по лабораторній роботі, в якому представляється:
  - індивідуальне завдання;
  - ієрархія «цілі - критерії - альтернативи»;
  - таблиці MS Excel, що містять матриці порівнянь критеріїв та альтернатив, обчислення векторів пріоритетів, перевірку узгодженості та визначення найкращої альтернативи;
  - висновки за завданням.

### **Теоретичні відомості.**

Щодня ми стикаємося з необхідністю приймати рішення з урахуванням безлічі цілей і критеріїв. Перерахуємо деякі з них

- вибір роботи з декількох запропонованих вакансій;
- вибір комп'ютера (автомобіля, холодильника і т. п.);
- прийняття рішення про те, який новий продукт випускати першим;
- вибір місця для нового ресторану, готелю, виробничого об'єкта і т. д.;
- вибір навчального закладу;
- складання рейтингу міст за умовами проживання;
- вибір нового пакета прикладних програм від конкуруючих виробників.

При покупці автомобіля, наприклад, необхідно враховувати такі фактори як: ціна, безпеку, об'єм двигуна, економія палива і т. Д. У кожному з перерахованих вище прикладів при прийнятті складних рішень потрібно враховувати безліч чинників.

Найпростішим способом прийняття рішень в подібних ситуаціях є привласнення критеріям, що визначає якість рішення, вагових коефіцієнтів. Далі для альтернативних рішень визначаються оцінки за шкалою від 1 (найгірше рішення) до 10 (найкраще рішення). Вони визначаються підсумовуванням творів значень кожного критерію на його



ваговий коефіцієнт. Рішення з найвищою сумою буде найкращим. Такий метод вибору рішення називається **методом рейтингу пріоритетів**.

Розглянемо приклад, в якому необхідно вибрати комп'ютер для офісу. Вибір здійснюється серед трьох моделей:

- модель А з процесором AMD Athlon II X2 з частотою 2.9 ГГц;
- модель В з процесором Intel Core 2 Duo з частотою 3 ГГц;
- модель С з процесором Intel Core i3-530 з частотою 2.93 ГГц.

При виборі враховуються такі критерії:

- ціна;
- ефективність (частота процесора);
- місткість жорсткого диска;
- наявність гарантії і обслуговування.

Далі вирішуємо, що при ухваленні рішення ціною присвоюється ваговий коефіцієнт, наприклад, 0,50 (50% загальної ваги), ефективності - 0,15 (15%), ємності жорсткого диска - 0,20 (20%) і наявності гарантії - 0,15 (15% загальної ваги). Потім проводиться оцінка кожної моделі комп'ютера по зазначеним чотирьом критеріям. Їх оцінки за шкалою від 1 до 10 показані в таблиці на рис. 1 (книга Комп'ютер.xls)

	A	B	C
1			
2	Критерий	Вес	
3	Цена	0,50	
4	Эффективность (частота процессора)	0,15	
5	Емкость жесткого диска	0,20	
6	Гарантия и обслуживание	0,15	
7		1,00	
8			
9	Ранги альтернатив		
10	Модель А	Модель В	Модель С
11	5	8	3
12	7	5	9
13	9	4	10
14	7	10	7
15	6,4	7,1	5,9

	A	B	C
1			
2	Критерий	Вес	
3	Цена	0,5	
4	Эффективность (частота процессора)	0,15	
5	Емкость жесткого диска	0,2	
6	Гарантия и обслуживание	0,15	
7		=СУММ(B3:B6)	
8			
9	Ранги альтернатив		
10	Модель А	Модель В	Модель С
11	5	8	3
12	7	5	9
13	9	4	10
14	7	10	7
15	=СУММПРОИЗВ(\$B\$3:\$B\$6;A11:A14)	=СУММПРОИЗВ(\$B\$3:\$B\$6;B11:B14)	=СУММПРОИЗВ(\$B\$3:\$B\$6;C11:C14)
16			

Мал. 1. Модель прийняття рішення при покупці комп'ютера

Як бачимо, найбільшу суму балів 7,05 набрала Модель В, тому купити слід саме її.

Метод рейтингу пріоритетів простий у використанні, проте при його застосуванні на практиці виникає ряд складнощів (при завданні оціночних шкал для різнорідних

критеріїв, при виставленні оцінок альтернатив), подолати які можна за допомогою більш досконалого методу - методу аналізу ієрархій.

**Метод аналізу ієрархій** також заснований на ідеї використання зважених середніх, однак в ньому застосовується більш надійний і узгоджений метод присвоєння оцінок і вагових коефіцієнтів. МАІ ґрунтується на попарному порівнянні альтернативних рішень по кожному критерію. Потім проводиться аналогічний ряд порівнянь, щоб оцінити відносну важливість кожного критерію і таким чином визначити вагові коефіцієнти. Основна процедура виглядає так.

1. Визначаються рейтинги всіх можливих варіантів рішень по кожному критерію наступним чином.

- створюється матриця попарних порівнянь за всіма критеріями;
- отримана матриця нормалізується;
- для отримання відповідних рейтингів усереднюються значення в кожному рядку;
- обчислюються і перевіряються коефіцієнти узгодженості.

2. Визначаються вагові коефіцієнти критеріїв.

3. Обчислюється зважений середній рейтинг для кожного варіанта рішення і вибирається рішення, яке набрало найбільшу кількість балів

Продемонструємо застосування даної процедури на новому прикладі. Компанії необхідно вибрати найкращий пакет бухгалтерського програмного забезпечення з декількох, наявних на ринку. В результаті огляду ринку були виділені три програми, які задовольняють основним потребам компанії:

- 1с Бухгалтерія;
- Парус;
- FinExpert.

Критерії, які вважалися важливими у виборі програмного забезпечення:

- 1) загальна вартість програмного продукту;
- 2) забезпечення обслуговування протягом наступного року;
- 3) складність і надійність лежать в основі математичних процедур;
- 4) можливість адаптації системи під умови компанії.

Перший крок процедури МАІ полягає в попарному порівнянні програм по кожному критерію. Для цього використовуємо стандартну шкалу порівняння, наведену в таблиці нижче:

Рейтинг	опис
1	однакове перевагу
3	помірне перевагу
5	явна перевага
7	очевидне перевагу
9	абсолютна перевага

Також будемо присвоювати значення рейтингу 2, 4, 6 і 8, які визначаються як середні від найближчих рейтингів.

Аналіз почнемо з першого критерію (загальна вартість). У робочий лист книги По.xls внесемо такі дані, як показано на рис. 2. Назвемо цей лист Вартість.

	A	B	C	D
1		1С бухгалтерия	Парус	FinExpert
2	1С бухгалтерия	1,00	4,00	0,50
3	Парус	0,25	1,00	0,14
4	FinExpert	2,00	7,00	1,00

	A	B	C	D
1		1С бухгалтерия	Парус	FinExpert
2	1С бухгалтерия	1	4	0,5
3	Парус	=1/C2	1	=1/7
4	FinExpert	=1/D2	=1/D3	1

Мал. 2. Попарне порівняння за показником вартості

Таблицю слід читати таким чином: зазначена в рядку програма порівнюється з програмою, вказаною в стовпці. Якщо зазначена в рядку програма краще, то відповідне число від 1 до 9 записується в осередок на перетині рядка і стовпця. Якщо ж краще програма, зазначена в стовпці, то 1 ділиться на відповідне число від 1 до 9, і результат записується в осередок на перетині рядка і стовпця. Очевидно, що будь-яка програма однаково краща в порівнянні з самою собою, тому в усі діагональні осередку заноситься значення 1.

За показником загальної вартості програми *1С Бухгалтерія* віддається середнє між помірним і явним перевагою в порівнянні з програмою *Парус*. Тому в осередок другого шпальти першого рядка заноситься число 4 (осередок C2).

Програмі *FinExpert* віддається перевага від однакового до помірного перед програмою *1С Бухгалтерія*, тому в осередку третього стовпця першого рядка записано число 1/2 (осередок D2).

Після введення елементів праворуч від діагоналі (осередку C2, D2 і D3) зворотні переваги обчислюються автоматично. Наприклад, при порівнянні програми *1С Бухгалтерія* з програмою *Парус* було записано 4, отже, при порівнянні програми *Парус* з програмою *1С Бухгалтерія* автоматично виходить 1/4 (осередок B3).

Після виконання всіх попарних порівнянь матрицю необхідно нормалізувати. Це виконується підсумовуванням чисел в кожному стовпці і подальшим поділом кожного елемента стовпця на отриману для нього суму. Результати даної операції представлені в осередках B9: D11 на рис. 3.

Наступний крок полягає в обчисленні бали для кожної програми за критерієм загальної вартості. Ці значення показані на рис. 3 в стовпці E. Видно, що найвищий середній бал за даним критерієм має програма *FinExpert*.

	A	B	C	D	E
1		1С бухгалтерия	Парус	FinExpert	
2	1С бухгалтерия	1,00	4,00	0,50	
3	Парус	0,25	1,00	0,14	
4	FinExpert	2,00	7,00	1,00	
5	Σ	3,25	12,00	1,64	
6					
7	<b>НОРМАЛИЗАЦИЯ</b>				
8		1С бухгалтерия	Парус	FinExpert	Среднее
9	1С бухгалтерия	0,31	0,33	0,30	0,32
10	Парус	0,08	0,08	0,09	0,08
11	FinExpert	0,62	0,58	0,61	0,60
12					

	A	B	C	D	E
1		1С бухгалтерия	Парус	FinExpert	
2	1С бухгалтерия	1	4	0,5	
3	Парус	=1/C2	1	=1/7	
4	FinExpert	=1/D2	=1/D3	1	
5	Σ	=СУММ(B2:B4)	=СУММ(C2:C4)	=СУММ(D2:D4)	
6					
7	<b>НОРМАЛИЗАЦИЯ</b>				
8		1С бухгалтерия	Парус	FinExpert	Среднее
9	1С бухгалтерия	=B2/BS5	=C2/CS5	=D2/DS5	=CP3НАЧ(B9:D9)
10	Парус	=B3/BS5	=C3/CS5	=D3/DS5	=CP3НАЧ(B10:D10)
11	FinExpert	=B4/BS5	=C4/CS5	=D4/DS5	=CP3НАЧ(B11:D11)

Мал. 3. Нормалізована матриця для критерію загальної вартості

Після нормалізації матриці, необхідно обчислити коефіцієнт узгодженості і перевірити його значення. Мета цієї операції полягає в тому, щоб переконатися в узгодженості завдання переваг у вихідній таблиці. Наприклад, за критерієм загальної вартості задана явна перевага програми *1С Бухгалтерія* перед програмою *Парус* і помірна перевага програми *Парус* в порівнянні з програмою *FinExpert*. При порівнянні програм *1С Бухгалтерія* та *FinExpert* завдання однакової перевагу призведе до неузгодженості, ще більша неузгодженість виникне при вказівці, що програма *FinExpert* краще програми *1С Бухгалтерія*.

Обчислення коефіцієнта узгодженості складається з трьох етапів.

1. Обчислюється міра узгодженості для кожної з програм.
2. Визначається індекс узгодженості ІС.
3. Обчислюється коефіцієнт узгодженості як відношення ІС / ІР, де ІР - індекс рандомізації.

Для обчислення міри узгодженості скористаємося функцією множення матриць МУМНОЖ.

**Примітка:** Функція повертає твір матриць (матриці зберігаються в масивах). Результатом є масив з таким же числом рядків, що і масив1, і з таким же числом стовпців, що і масив2.

МУМНОЖ (масив1; масив2)

Масив1, масив2 - перемножуємо масиви

Як показано на рис. 4, для програми *1С Бухгалтерія* середній рейтинг кожної програми (осередки Е9: Е11) множиться на відповідну кількість балів в першому рядку (осередки В2.Д2), ці твори підсумовуються, і сума ділиться на середній рейтинг програми *1С бухгалтерія* (осередок Е9). Аналогічні обчислення здійснюються для інших програм. В ідеальному випадку заходи узгодженості повинні бути рівні числу можливих альтернативних рішень (в нашому випадку є 3 рішення, тобто 3 програми). Для обчислення індексу узгодженості визначається середня міра узгодженості всіх трьох програм, з неї віднімається кількість можливих варіантів вирішення  $p$  і результат ділиться

на п-1. Індекс узгодженості ІС показаний на рис. 4 в осередку D13, його значення дорівнює 0,001.

<i>n</i>	індекс рандомізації	<i>n</i>	індекс рандомізації
2	0,00	6	1,24
3	0,58	7	1,32
4	0,90	8	1,41
5	1,12	9	1,45

Коефіцієнт узгодженості записаний в осередку D15 і дорівнює 0,002.

	A	B	C	D	E	F
1		1С бухгалтерия	Парус	FinExpert		
2	1С бухгалтерия	1,00	4,00	0,50		
3	Парус	0,25	1,00	0,14		
4	FinExpert	2,00	7,00	1,00		
5	Σ	3,25	12,00	1,64		
6						
7	<b>НОРМАЛИЗАЦИЯ</b>					
8		1С бухгалтерия	Парус	FinExpert	Среднее	Мера согласованности
9	1С бухгалтерия	0,31	0,33	0,30	0,32	3,00
10	Парус	0,08	0,08	0,09	0,08	3,00
11	FinExpert	0,62	0,58	0,61	0,60	3,00
12						
13	Индекс согласованности (ИС)			0,001		
14	Индекс рандомизации (ИР)			0,58		
15	Коефициент согласованности (КС)			0,002		
16						

	A	B	C	D	E	F
1		1С бухгалтерия	Парус	FinExpert		
2	1С бухгалтерия	1	4	0,5		
3	Парус	=1/C2	1	=1/7		
4	FinExpert	=1/D2	=1/D3	1		
5	Σ	=СУММ(B2:B4)	=СУММ(C2:C4)	=СУММ(D2:D4)		
6						
7	<b>НОРМАЛИЗАЦИЯ</b>					
8		1С бухгалтерия	Парус	FinExpert	Среднее	Мера согласованности
9	1С бухгалтерия	=B2/B5	=C2/C5	=D2/D5	=CPЗНАЧ(B9:D9)	=МУМНОЖ(B2:D2;E9;E11)/E9
10	Парус	=B3/B5	=C3/C5	=D3/D5	=CPЗНАЧ(B10:D10)	=МУМНОЖ(B3:D3;E9;E11)/E10
11	FinExpert	=B4/B5	=C4/C5	=D4/D5	=CPЗНАЧ(B11:D11)	=МУМНОЖ(B4:D4;E9;E11)/E11
12						
13	Индекс согласованности (ИС)			=CPЗНАЧ(F9:F11) - 3)/2		
14	Индекс рандомизации (ИР)			0,58		
15	Коефициент согласованности (КС)			=D13/D14		
16						

Мал. 4. Коефіцієнт узгодженості для критерію загальної вартості

У разі абсолютної узгодженості переваг міра узгодженості буде дорівнює 3, отже, ІС дорівнюватимуть нулю, і коефіцієнт узгодженості також буде дорівнює нулю. Якщо цей коефіцієнт дуже великий (більше 0,10), отже, менеджер, який виставляє бали, був недостатньо послідовний у своїх оцінках, тому слід повернутися назад і переглянути результати попарних порівнянь.

Далі необхідно проробити те ж саме для інших трьох критеріїв. Для цього слід тричі скопіювати робочий лист Вартість, створивши тим самим три нових робочих листа (назвемо їх Обслуговування, Складність і Адаптація), а потім треба просто змінити параметри попарних порівнянь. Результати цих дій показані на рис. 5-7. У всіх випадках значення коефіцієнта узгодженості укладені в межах від 0 до 0,047, це означає, що менеджер був досить послідовний у своїх оцінках. Крім того, можна помітити, що програма Парус виявилася кращою за критерієм обслуговування, 1С бухгалтерия та FinExpert - кращі за критерієм складності, а Парус - найкраща за критерієм адаптації.

	A	B	C	D	E	F
1		1С бухгалтерия	Парус	FinExpert		
2	1С бухгалтерия	1,00	0,50	6,00		
3	Парус	2,00	1,00	8,00		
4	FinExpert	0,17	0,13	1,00		
5	Σ	3,17	1,63	15,00		
6						
7	<b>НОРМАЛИЗАЦИЯ</b>					
8		1С бухгалтерия	Парус	FinExpert	Среднее	Мера согласованности
9	1С бухгалтерия	0,32	0,31	0,40	0,34	3,02
10	Парус	0,63	0,62	0,53	0,59	3,03
11	FinExpert	0,05	0,08	0,07	0,07	3,00
12						
13	Индекс согласованности (ИС)			0,009		
14	Индекс рандомизации (ИР)			0,6		
15	Коэффициент согласованности (КС)			0,016		

Мал. 5. Коэффициент узгодженості для критерію обслуговування

	A	B	C	D	E	F
1		1С бухгалтерия	Парус	FinExpert		
2	1С бухгалтерия	1,00	1,00	5,00		
3	Парус	1,00	1,00	5,00		
4	FinExpert	0,20	0,20	1,00		
5	Σ	2,20	2,20	11,00		
6						
7	<b>НОРМАЛИЗАЦИЯ</b>					
8		1С бухгалтерия	Парус	FinExpert	Среднее	Мера согласованности
9	1С бухгалтерия	0,45	0,45	0,45	0,45	3,00
10	Парус	0,45	0,45	0,45	0,45	3,00
11	FinExpert	0,09	0,09	0,09	0,09	3,00
12						
13	Индекс согласованности (ИС)			0,000		
14	Индекс рандомизации (ИР)			0,58		
15	Коэффициент согласованности (КС)			0,000		

Мал. 6. Коэффициент узгодженості для критерію складності

	A	B	C	D	E	F	G
1		1С бухгалтерия	Парус	FinExpert			
2	1С бухгалтерия	1,00	0,25	3,00			
3	Парус	4,00	1,00	6,00			
4	FinExpert	0,33	0,17	1,00			
5	Σ	5,33	1,42	10,00			
6							
7	<b>НОРМАЛИЗАЦИЯ</b>						
8		1С бухгалтерия	Парус	FinExpert	Среднее	Мера согласованности	
9	1С бухгалтерия	0,19	0,18	0,30	0,22	3,04	
10	Парус	0,75	0,71	0,60	0,69	3,11	
11	FinExpert	0,06	0,12	0,10	0,09	3,01	
12							
13	Индекс согласованности (ИС)			0,027			
14	Индекс рандомизации (ИР)			0,58			
15	Коэффициент согласованности (КС)			0,047			

Мал. 7. Коэффициент узгодженості для критерію адаптації

На цьому перший етап роботи закінчується. На другому етапі здійснюються аналогічні попарні порівняння для визначення ваг критеріїв. Процес аналогічний попередньому в тому, що знову виробляються порівняння, однак тепер порівнюються не програми, як це було на етапі 1, а критерії. Ці дії виконуються на робочому аркуші Веса, показаному на рис. 8.

	A	B	C	D	E	F	G	H
1		Стоимость	Обслуживание	Сложность	Адаптация			
2	Стоимость	1,00	6,00	0,50	3,00			
3	Обслуживание	0,17	1,00	0,13	0,33			
4	Сложность	2,00	8,00	1,00	5,00			
5	Адаптация	0,33	3,00	0,20	1,00			
6	Сумма	3,50	18,00	1,83	9,33			
7								
8	<b>НОРМАЛИЗАЦИЯ</b>							
9		Стоимость	Обслуживание	Сложность	Адаптация	Среднее	Мера согласованности	
10	Стоимость	0,29	0,33	0,27	0,32	0,30	4,07	
11	Обслуживание	0,05	0,06	0,07	0,04	0,05	4,01	
12	Сложность	0,57	0,44	0,55	0,54	0,52	4,09	
13	Адаптация	0,10	0,17	0,11	0,11	0,12	4,02	
14								
15	Индекс согласованности (ИС)			0,016				
16	Индекс рандомизации (ИР)			0,9				
17	Коэффициент согласованности (КС)			0,018				

	A	B	C	D	E	F	G
1		Стоимость	Обслуживание	Сложность	Адаптация		
2	Стоимость	1	6	=1/2	3		
3	Обслуживание	=1/C2	1	=1/8	=1/3		
4	Сложность	=1/D2	=1/D3	1	5		
5	Адаптация	=1/E2	=1/E3	=1/E4	1		
6	Сумма	=СУММ(B2:B5)	=СУММ(C2:C5)	=СУММ(D2:D5)	=СУММ(E2:E5)		
7							
8	<b>НОРМАЛИЗАЦИЯ</b>						
9		Стоимость	Обслуживание	Сложность	Адаптация	Среднее	Мера согласованности
10	Стоимость	=B2/B\$6	=C2/C\$6	=D2/D\$6	=E2/E\$6	=СРЗНАЧ(B10:E10)	=МУМНОЖ(B2:E2;\$F\$10:\$F\$13)/F10
11	Обслуживание	=B3/B\$6	=C3/C\$6	=D3/D\$6	=E3/E\$6	=СРЗНАЧ(B11:E11)	=МУМНОЖ(B3:E3;\$F\$10:\$F\$13)/F11
12	Сложность	=B4/B\$6	=C4/C\$6	=D4/D\$6	=E4/E\$6	=СРЗНАЧ(B12:E12)	=МУМНОЖ(B4:E4;\$F\$10:\$F\$13)/F12
13	Адаптация	=B5/B\$6	=C5/C\$6	=D5/D\$6	=E5/E\$6	=СРЗНАЧ(B13:E13)	=МУМНОЖ(B5:E5;\$F\$10:\$F\$13)/F13
14							
15	Индекс согласованности (ИС)			=(СРЗНАЧ(G10:G13) - 4)/3			
16	Индекс рандомизации (ИР)			0,9			
17	Коэффициент согласованности (КС)			=D15/D16			

Мал. 8. Коэффициент узгодженості для ваг критеріїв

Таким чином, показник складності і надійності математичних алгоритмів має найбільшу вагу (52% в осередку F12), за ним йде вартість (30% в осередку F10). Так як міри узгодженості виявилися близькі до 4, то і індекс узгодженості і коефіцієнт узгодженості близькі до нуля.

Останній крок полягає в обчисленні зважених середніх оцінок для кожного варіанта рішення і застосуванні отриманих результатів для прийняття рішення про те, яку програму слід купити. Прикінцеві обчислення зроблені на аркуші Порівняння і показані на рис. 9. На підставі отриманих результатів можна зробити висновок, що програма 1С бухгалтерія (показник 0,378 в комірці C8) кілька перевершує програму Парус (0,376 в осередку D8), а програма FinExpert від них помітно відстала.

	A	B	C	D	E	F
1	<b>Рейтинги</b>					
2	Критерии	Веса	1С бухгалтерия	Парус	FinExpert	
3	Стоимость	0,304	0,315	0,082	0,602	
4	Обслуживание	0,052	0,341	0,593	0,065	
5	Сложность	0,525	0,455	0,455	0,091	
6	Адаптация	0,120	0,221	0,685	0,093	
7						
8	Взвешенные средние рейтинги		0,378	0,376	0,245	

	A	B	C	D	E
1	<b>Рейтинги</b>				
2	Критерии	Веса	1С бухгалтерия	Парус	FinExpert
3	Стоимость	=Веса!F10	=Стоимость!E9	=Стоимость!E10	=Стоимость!E11
4	Обслуживание	=Веса!F11	=Обслуживание!E9	=Обслуживание!E10	=Обслуживание!E11
5	Сложность	=Веса!F12	=Сложность!E9	=Сложность!E10	=Сложность!E11
6	Адаптация	=Веса!F13	=Адаптация!E9	=Адаптация!E10	=Адаптация!E11
7					
8	Взвешенные средние рейтинги		=СУММПРОИЗВ(\$B\$3:\$B\$6;C3:C6)	=СУММПРОИЗВ(\$B\$3:\$B\$6;D3:D6)	=СУММПРОИЗВ(\$B\$3:\$B\$6;E3:E6)



Критерии	Весы	1С бухгалтерия	Парус	FinExpert
Стоимость	0,304	0,315	0,082	0,602
Обслуживание	0,052	0,341	0,593	0,065
Сложность	0,525	0,455	0,455	0,091
Адаптация	0,120	0,221	0,685	0,093
Взвешенные средние рейтинги		0,378	0,376	0,245

Критерии	Весы	1С бухгалтерия	Парус	FinExpert
Стоимость	=Весы!F10	=Стоимость!E9	=Стоимость!E10	=Стоимость!E11
Обслуживание	=Весы!F11	=Обслуживание!E9	=Обслуживание!E10	=Обслуживание!E11
Сложность	=Весы!F12	=Сложность!E9	=Сложность!E10	=Сложность!E11
Адаптация	=Весы!F13	=Адаптация!E9	=Адаптация!E10	=Адаптация!E11
Взвешенные средние рейтинги		=СУММПРОИЗВ(\$B\$3:\$B\$6;C3:C6)	=СУММПРОИЗВ(\$B\$3:\$B\$6;D3:D6)	=СУММПРОИЗВ(\$B\$3:\$B\$6;E3:E6)

Мал. 9. Виважена середне рейтингів з використанням ваг

### Варіанти завдань для виконання лабораторної роботи №6

**Варіант 1.** Зробити вибір секретаря з дівчат, які подали резюме. Відбір дівчат відбувається за п'ятьма критеріями:

1. Знання діловодства.
2. Зовнішній вигляд.
3. Знання англійської мови.
4. Знання комп'ютера.
5. Уміння розмовляти по телефону.

Співбесіду пройшли п'ять дівчат:

1. Ольга
2. Олена
3. Світлана
4. Галина
5. Жанна

Після співбесіди вийшли наступні опису дівчат:

**1. Ольга.** Приємна зовнішність. Відмінне знання англійської мови. Гарна поведінка. Немає навичок роботи на комп'ютері, посереднє спілкування по телефону.

**2. Олена.** Красива, приємна зовнішність, гарне вміння спілкуватися по телефону. Незнання англійської мови, немає навичок роботи на комп'ютері, діловодство знає дуже погано.

**3. Світлана.** Дуже добре знання діловодства, хороші навички роботи на комп'ютері, досить добре спілкується по телефону, дуже виконавча. Не дуже приємна зовнішність, посередня знання англійської мови.

**4. Галина.** Досить добре знає діловодство, непогані навички роботи на комп'ютері, по телефону спілкується на високому рівні, досить хорошу поведінку. Погане знання англійської мови, неприємна зовнішність.

**5. Жанна.** Приємна зовнішність, дуже хорошу поведінку, непогані навички роботи на комп'ютері, досить добре знання англійської мови. По телефону спілкується погано, не знає діловодство.

**Варіант 2.** Джек вибирає університет, в якому б він хотів отримати вищу освіту. Він зупинився на двох з них: Гарварді і Стенфорді і визначив такі критерії вибору університету: розмір стипендії, престиж університету, вартість життя і гідності міста, де знаходиться університет.

Стипендія в Гарварді трохи вище, ніж в Стенфорді. Престиж шпалери університетів приблизно однаковий. Вартість життя в Гарварді помітно дешевше, але зате гідності міста, де розташований Стенфорд помітно вище.

Переваги міста, де розташований університет, для Джека трохи важливіші, ніж вартість життя в ньому. У свою чергу, престиж університету трохи важливіше, в порівнянні з міськими красотами. А ось розмір стипендії означає набагато більше навіть у порівнянні з престижем.

В який університет ви порадите вчинити Джеку? Чому рівні середні рейтинги університетів за критерієм престижу? Чому рівні середні ваги критеріїв?

**Варіант 3.** Необхідно вибрати один з варіантів програмного забезпечення (ПО) для створення інтернет-магазину. Нехай існують два варіанти такого ПО: А і Б. Як критерії відбору ПО приймаються:

1. Вартість.
2. Супровід розробниками.
3. Користувальницький інтерфейс.
4. Надані функції.

Супровід розробниками (наприклад, безкоштовна тех. Підтримка, навчання персоналу) при виборі ПО оцінюються як помітно більш важливі в порівнянні з характеристиками призначеного для користувача інтерфейсу. Ще більш важливим критерієм є надаються ПО можливості (функції). Але основним при прийнятті рішення все ж є вартість.

Припустимо, А - це дорога система з широким набором функцій користувача, зручним призначенням для користувача інтерфейсом, супроводжувана розробниками а система Б - проста і недорога розробка.

Купівля якого ПО буде більш кращою відповідно до зазначених критеріїв?

**Варіант 4.** Вирішивши купити автомобіль, людина звузив свій вибір до трьох моделей: Mercedes, Mitsubishi і Honda. Факторами, що впливають на його рішення, є: вартість автомобіля (С), вартість обслуговування (О), вартість поїздки по місту (Г) і сільській місцевості (М). Наступна таблиця містить необхідні дані, відповідні трирічного терміну експлуатації автомобіля.

Модель автомобіля	З (дол.)	О (дол.)	Г (дол.)	М (дол.)
Mercedes	62000	1800	4500	1500
Mitsubishi	35000	1200	2250	750
Honda	40000	600	1125	600

Найбільш істотними критеріями при прийнятті рішення є вартість автомобіля і вартість його обслуговування. Поїздки по сільській місцевості здійснюються рідко порівняно з поїздками по місту.

Використовуйте зазначені вартості для побудови матриць порівнянь. Оцініть узгодженість матриць і визначте модель автомобіля, яку слід вибрати.

**Варіант 5.** Gert's Sports - швидко розвивається мережа спортивних магазинів на Східному узбережжі США. Власник мережі Боб Гьортц зібрав солідний капітал, щоб відкрити нові магазини в районі Чикаго. Для постачання нових магазинів компанії Гертца потрібно розширити склади. За підтримкою він може звернутися до послуг однієї з трьох фінансових компаній. У кожній з них є свої переваги в умовах кредиту і обслуговуванні клієнтів Боб оцінив рейтинги цих компаній:

Рейтинги за умовами кредиту

	Big Bank	Little Bank	US Bucks
Big Bank	1	2	0,143
Little Bank	0,5	1	6
US Bucks	7	0,167	1

Рейтинги по обслуговуванню клієнтів

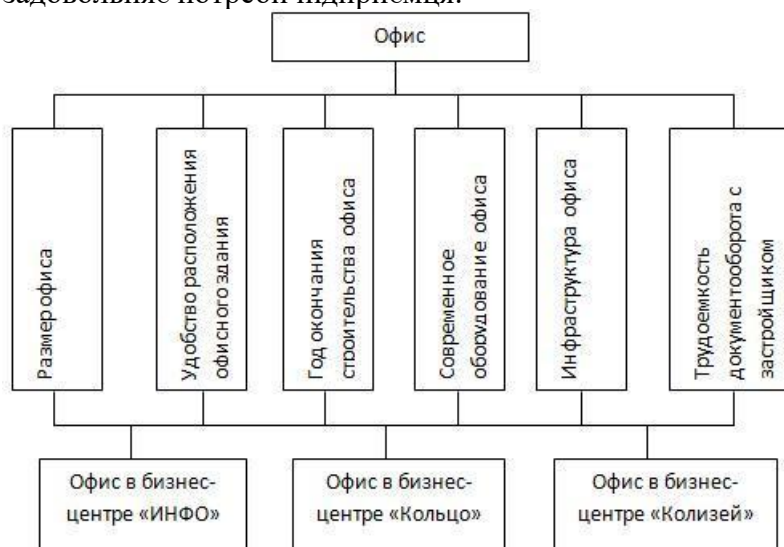
	Big Bank	Little Bank	US Bucks
Big Bank	1	0,25	1
Little Bank	4	1	0,5
US Bucks	1	2	1

За допомогою МАІ визначте єдине джерело фінансування для компанії Гертца. Визначте узгодженість рейтингів.

**Варіант 6.** Індивідуальний підприємець вирішив купити (або побудувати за договором з будівельною компанією) нежитлове приміщення (офіс), щоб потім здавати його в оренду. На ринку пропонуються три альтернативи з приблизно однаковою вартістю (з метою виключення очевидного чинника переваги, хоча і не обов'язково). У кожній альтернативи є свої переваги і недоліки по виділеним підприємцем критеріям:

- розміри офісу (площа);
- зручність розташування офісної будівлі;
- рік закінчення будівництва офісу;
- сучасне обладнання офісу (цифрова телефонна лінія, високошвидкісний Інтернет і ін.);
- інфраструктура офісу (парковка, охорона, пункти харчування, фітнесу та т.п.);
- трудомісткість документообігу із забудовником.

Завдання полягає у виборі одного з трьох варіантів офісу, який найбільш повно задовольняє потреби підприємця.



Найбільш важливими при оцінці нерухомості підприємця вважає зручність розташування офісного приміщення та інфраструктуру офісу. Менш важливими він вважає розміри офісу і його обладнання. Однак розміри офісу помітно важливіше при

прийнятті рішення, у порівнянні з трудомісткістю документообігу і роком закінчення будівництва офісу.

При парній оцінці трьох варіантів по кожному з критеріїв були отримані наступні матриці порівняння

Розмір офісу

	ІНФО	Кільце	Колізей
ІНФО	1	2	1/3
Кільце	1/2	1	1/5
Колізей	3	5	1

зручність розташування

	ІНФО	Кільце	Колізей
ІНФО	1	1	2
Кільце	1	1	3
Колізей	1/2	1/3	1

Рік закінчення будівництва

	ІНФО	Кільце	Колізей
ІНФО	1	1/5	1/7
Кільце	5	1	1/3
Колізей	7	3	1

Сучасне обладнання офісу

	ІНФО	Кільце	Колізей
ІНФО	1	4	5
Кільце	1/4	1	5
Колізей	1/5	1/5	1

інфраструктура офісу

	ІНФО	Кільце	Колізей
ІНФО	1	1/2	3
Кільце	2	1	3
Колізей	1/3	1/3	1

трудомісткість документообігу

	ІНФО	Кільце	Колізей
ІНФО	1	5	3
Кільце	1/5	1	3
Колізей	1/3	1/3	1

Чи є отримані оцінки узгодженими?

**Варіант 7.** Gert's Sports - швидко розвивається мережа спортивних магазинів на Східному узбережжі США. Власник мережі Боб Гьортц зібрав солідний капітал, щоб відкрити нові магазини в районі Чикаго. Він може побудувати магазини трьох типів: супермаркети, торговельні центри та Інтернет-магазин. Споруда одного супермаркету коштує \$ 3,5 млн., В ньому працює 150 осіб, споруда торговельного центру коштує \$ 1,7 млн., В ньому працює 65 осіб, відкриття інтернет-магазину коштує \$ 1 млн. І в ньому зайнято 50 осіб. Очікуваний прибуток для супермаркету, торгового магазину та інтернет-магазину становить 1, 0,5 і 1 млн. Дол. Відповідно.

Гьортц може вкласти у відкриття магазинів до \$ 10 млн. При цьому він хоче домогтися максимального доходу з урахуванням своїх переваг щодо кількості зайнятих працівників. Оцініть ситуацію за допомогою МАІ. Передбачається, що враховуються два критерії - дохід і кількість зайнятих. Рейтинги за обома критеріями, дані Бобом, наведені в таблицях нижче.

Кількість магазинів кожного типу обмежена демографічними факторами регіону: інтернет-магазинів може бути не більше одного, супермаркетів - не більше трьох, а торгових центрів - не більше семи.

Рейтинг прибутковості

	супермаркет	Торговий центр	Інтернет магазин
супермаркет	1	0,25	0,142857
Торговий центр	4	1	0,2
Інтернет магазин	7	5	1

Рейтинг за кількістю зайнятих

	супермаркет	Торговий центр	Інтернет магазин
супермаркет	1	0,25	0,3333
Торговий центр	4	1	0,5
Інтернет магазин	3	2	1

На підставі даних рейтингів знайдіть найкращі рішення по будівництву магазинів. Оцініть узгодженість рейтингів.

**Варіант 8.** Gert's Sports - швидко розвивається мережа спортивних магазинів на Східному узбережжі США. Власник мережі Боб Гьортц шукає постачальників хокейного спорядження. Він очікує різкого підвищення рівня продажів в зв'язку з незвично холодною зимою. Він прийшов до висновку, що при виборі постачальника потрібно виходити з його здатності забезпечити своєчасну доставку замовлення. Рейтинги чотирьох можливих постачальників Боб оцінив так

	Sticks Supply	Puck's House	Rinks Inc.	Goal Tenders
Sticks Supply	1	3	1	0,5
Puck's House	0,33333	1	0,5	0,25
Rinks Inc.	1	2	1	1
Goal Tenders	2	4	1	1

Методом МАІ виберіть двох кращих постачальників. Чи був Боб послідовний при складанні рейтингів?

**Варіант 9.** Відділ кадрів фірми звужив пошук майбутнього співробітника до трьох кандидатур: Стіва (S), Джейн (J) і Майлса (M). Кінцевий відбір заснований на трьох критеріях: співбесіда (C), досвід роботи (O) і рекомендації (P).

Відділ кадрів вважає, що найбільш важливим критерієм при прийомі на роботу є рекомендації з попередніх місць роботи. Трохи поступаються йому за важливістю результати співбесіди з претендентом. Досвід роботи в порівнянні з рекомендаціями має істотно меншу важливість.

Після проведеної співбесіди з трьома претендентами, збору даних, що відносяться до досвіду їх роботи та рекомендацій, побудовані матриці AC, AO і AP. Якого з трьох кандидатів слід прийняти на роботу? Оцініть узгодженість даних.

$$\begin{matrix} & \begin{matrix} S & J & M \end{matrix} \\ \begin{matrix} S \\ J \\ M \end{matrix} & \begin{pmatrix} 1 & 3 & 4 \\ \frac{1}{3} & 1 & \frac{1}{5} \\ \frac{1}{4} & 5 & 1 \end{pmatrix} \end{matrix}, \quad \begin{matrix} & \begin{matrix} S & J & M \end{matrix} \\ \begin{matrix} S \\ J \\ M \end{matrix} & \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{3} & 2 \\ 3 & 1 & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & 2 & 1 \end{pmatrix} \end{matrix}, \quad \begin{matrix} & \begin{matrix} S & J & M \end{matrix} \\ \begin{matrix} S \\ J \\ M \end{matrix} & \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{2} & 1 \\ 2 & 1 & \frac{1}{2} \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix} \end{matrix}$$

**Варіант 10.** Допоможіть Марлен Вітт вибрати роботу після закінчення коледжу. Вона отримала три пропозиції від роботодавців у Бакерсфілде, Фресно і Ойлдейле (всі - міста штату Каліфорнія) і визначила три важливих для неї критерію вибору: заробітна плата, стабільність роботи і привабливість міста.

- Чому рівні середні рейтинги за критерієм зарплати?
- узгоджені задані Марлен оцінки? Як можна змінити попарні оцінки, щоб узгодити їх?
- Чому рівні середні ваги критеріїв?
- Яку роботу ви порадите вибрати?

**Варіант 11.** Кевін і Джун (К і Д) купують новий будинок. Розглядаються три варіанти - А, Б і С. Кевін і Джун погодили два критерії для вибору будинку: площа зеленої галявини (Л) і близькість до місця роботи (Б), а також розробили матриці порівнянь, наведені нижче. Необхідно оцінити три будинки в порядку їх пріоритету та обчислити коефіцієнт узгодженості кожної матриці.

$$A = \begin{matrix} & K & D \\ K & & \\ D & & \end{matrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ \frac{1}{2} & 1 \end{pmatrix}, \quad A_K = \begin{matrix} & L & B \\ L & & \\ B & & \end{matrix} \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{3} \\ 3 & 1 \end{pmatrix}, \quad A_D = \begin{matrix} & L & B \\ L & & \\ B & & \end{matrix} \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ \frac{1}{4} & 1 \end{pmatrix},$$

$$A_{KL} = \begin{matrix} & A & B & C \\ A & & & \\ B & & & \\ C & & & \end{matrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ \frac{1}{2} & 1 & 2 \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{2} & 1 \end{pmatrix}, \quad A_{KB} = \begin{matrix} & A & B & C \\ A & & & \\ B & & & \\ C & & & \end{matrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & 1 & \frac{1}{3} \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix},$$

$$A_{DL} = \begin{matrix} & A & B & C \\ A & & & \\ B & & & \\ C & & & \end{matrix} \begin{pmatrix} 1 & 4 & 2 \\ \frac{1}{4} & 1 & 3 \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & 1 \end{pmatrix}, \quad A_{DB} = \begin{matrix} & A & B & C \\ A & & & \\ B & & & \\ C & & & \end{matrix} \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{2} & 4 \\ 2 & 1 & 3 \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{3} & 1 \end{pmatrix}.$$

**Варіант 12.** Допоможіть Гордону Шамвей вибрати новий автомобіль. Він зупинив свій вибір на трьох моделях, Buick Regal, Toyota Camry і Honda Accord, і вказав три основних для нього критерію ціна, надійність (за відгуками покупців), швидкість.

- Чому рівні середні рейтинги за критерієм швидкості?
- Чому рівні середні ваги критеріїв?
- Чи був Чарльз послідовний при завданні ваг?
- Який автомобіль ви рекомендуєте купити?