

# ЭФФЕКТИВНОЕ ПРИМЕНЕНИЕ МАТЕМАТИКО- СТАТИСТИЧЕСКИХ МЕТОДОВ

Е.Л. Даниленко

Одесский национальный политехнический университет  
просп. Шевченко, 1, Одесса, 65044, Украина; e-mail: sankirillo@yahoo.com

Предлагаются примеры эффективного использования простых математико-статистических методов в промышленном и строительном производстве.

**Ключевые слова:** статистические оценки, балльные оценки, статистический контроль качества, контрольные карты, однородность гранулометрического состава, качество бетона

## Введение

Математико-статистические методы широко развились в 20 веке [1–24], благодаря научно-техническому прогрессу и промышленному производству. Задачи оценки надёжности и контроля качества стимулировали создания научных школ, основателями которых стали выдающиеся математики и мыслители современности А.Н. Колмогоров, Ю.В. Прохоров, Б.В. Гнеденко, В.В. Налимов, Л.Н. Большев, Н.В. Смирнов, В.И. Романовский и их ученики [4–6, 15–29]. За короткий период в Советском Союзе были созданы теория статистических оценок, математическая теория надёжности, теория статистического контроля качества, математическая теория эксперимента [30–43]. Конечно следует отметить, что важное влияние оказало развитие прикладных математико-статистических методов в США, например, по подсчетам профессора Фримена из Массачусетского технологического института [17] только статистический приемочный контроль давал промышленности США более 20 миллиардов долларов в ценах 2001 года, то есть 0.8% валового внутреннего продукта.

В настоящее время статистическая обработка данных проводится, как правило, с помощью соответствующих программных продуктов [44].

В статье показано как простые методы математико-статистического моделирования позволяют решать актуальные задачи промышленного и строительного производства [45–52].

## Балльные оценки при контроле технологических процессов

Действенное управление технологическими процессами предусматривает организацию на производстве системы оперативного контроля различных показателей этих процессов. Инструментом такого контроля могут быть контрольные карты [33, 40], позволяющие в графической форме отразить как характер протекания процесса, так и результаты воздействия управляющих факторов. В контрольных картах отражаются и статистические параметры измеримых показателей и количественные характеристики неизмеримых показателей.

Известно, что на ряде производств возможна лишь визуальная оценка качества протекания технологического процесса и уровня готовой продукции. Часто визуальная

оценка используется и там, где инструментальное определение качества хотя и возможно, но сложно и требует дорогостоящей аппаратуры.

В таких случаях результаты контроля удобно формализовать с помощью балльных оценок. Это позволяет в дальнейшем оперировать с результатами контроля как с измеримыми показателями, в частности – использовать их для ведения контрольных карт.

Система баллов для оценки качества технологического процесса разрабатывается на основе анкетного опроса большого числа специалистов (конечно, если она не определена тем или иным нормативным документом). Желательно, чтобы специалисты были из нескольких коллективов – это позволит исключить ошибку в мнениях, вызванную сложившимся в данном коллективе устойчивым представлением о технологическом процессе.

Вопросы анкеты должны давать достаточно полное и всестороннее освещение контролируемого процесса, например: число баллов, присваиваемое каждому контролируемому элементу процесса в момент контроля; периодичность контроля; число баллов, соответствующее отличной, хорошей, удовлетворительной и неудовлетворительной работе отдельных технологических узлов (участков, цехов и т.п.) и процесса в целом за определенные периоды – смену, сутки, декаду, месяц, квартал, год. Максимальное число баллов устанавливается в зависимости от конкретных условий протекания данного технологического процесса (от числа вариантов уровней качества, от числа и степени существенности возможных нарушений технологического регламента и т. д.).

Для оценки качества работы используются средние арифметические баллов, вычисленных по всем анкетам. Этот результат, однако, можно считать надежным лишь при достаточно высокой согласованности мнений как внутри каждого коллектива, так и между коллективами.

Согласованность мнений внутри коллектива выясняется с помощью коэффициента конкордации Кенделла [18, 47]. Согласованность в мнениях между специалистами различных коллективов можно оценить парным сравнением. Для двух коллективов согласованность оценивается с помощью коэффициента ранговой корреляции Спирмена [18, 47].

Обработанные таким способом результаты анкетного опроса можно использовать для организации системы оперативного контроля качества технологического процесса. На контрольные карты следует периодически наносить суммы баллов, характеризующие качество процесса за контролируемый период или уровень нарушений технологического регламента. Суммы складываются из баллов, назначаемых контрольной службой в моменты контроля отдельных элементов процесса. Нанесенные на карты контрольные границы соответствующие отличному, хорошему, удовлетворительному и неудовлетворительному качеству, дают наглядное представление о качестве работы на каждом технологическом узле (производственном участке, в цехе и т.д.). Периодичность нанесения баллов на контрольные карты определяется руководителем, который принимает те или иные решения на основе анализа контрольной карты.

На рис. 1 показана контрольная карта с суммами штрафных баллов, присваиваемых контрольной службой управления строительства Усть-Илимской ГЭС за нарушения технологического регламента на бетонном заводе каждую рабочую смену. В основном качество работы на заводе оценивается как хорошее или удовлетворительное. В отдельные смены (5, 6, 10 и 26 января) качество работы было признано неудовлетворительным, что потребовало принятия срочных мер.

Для анализа причин снижения качества технологического процесса удобно использовать диаграммы Парето [47, 48, 51, 52] которые показывают (рис. 2) как индивидуальные (в виде столбиковой диаграммы), так и суммарные нарушения (в виде кумулятивной кривой). Кумулятивная кривая отчетливо выявляет те элементы техно-

логического процесса, которые больше всего снижают качество. Именно на эти элементы и следует воздействовать с помощью наладки оборудования, его модернизации, обучения персонала и т.д. На рис. 2 видно, что 82.7% от общей суммы штрафных баллов, назначенных за нарушения технологического регламента, дает только один технологический узел (№ 1). Ясно, что именно этот узел и требует первоочередного внимания руководства.

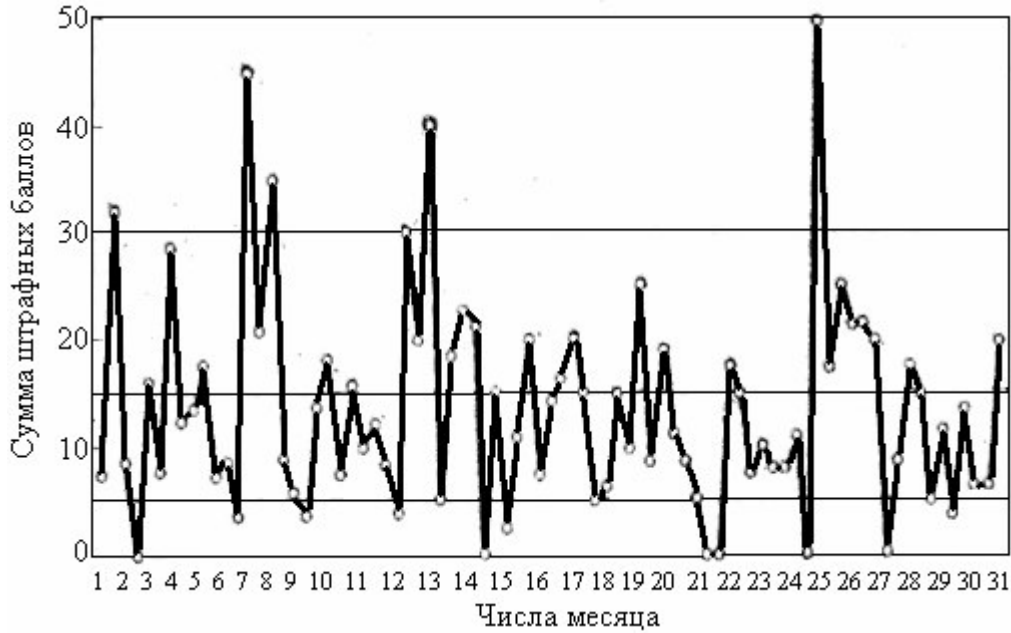


Рис. 1. Контрольная карта суммы штрафных баллов

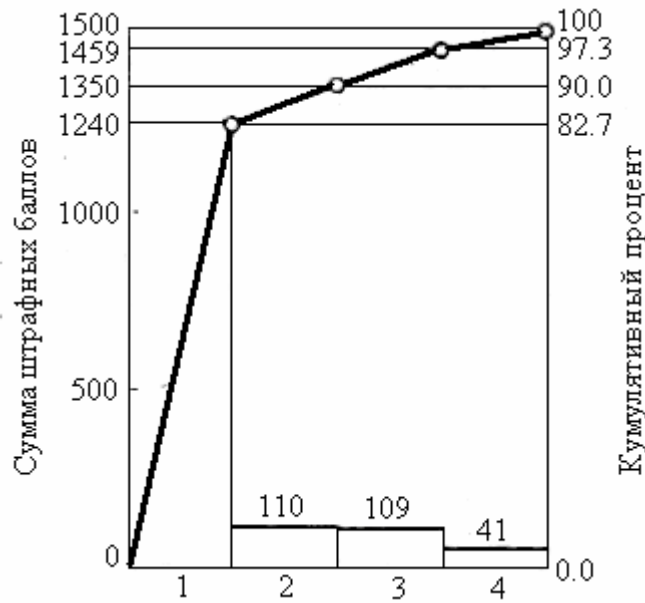


Рис. 2. Диаграмма Парето для суммы штрафных баллов за качество работы: 1 – отделение дозаторное и бетоносмесительное; 2 – отделение транспортеров; 3 – узел контрольного грохочения, 3 – подогрев, 4 – приёмная площадка

Метод балльных оценок был использован для организации системы контроля и управления различными технологическими узлами при строительстве Усть-Илимской ГЭС [48, 51], так как большинство видов нарушения технологических процессов производства и укладки гидротехнического бетона не поддается непосредственной количественной оценке.

Для построения системы был проведен анкетный опрос большой группы специалистов из различных подразделений строительства. Вычисленные на основе анкетных данных коэффициенты конкордации Кенделла и коэффициенты ранговой корреляции Спирмена оказались значимыми (при доверительной вероятности  $p = 0.99$ ) для всех рассматриваемых технологических процессов строительства.

Построенный на основе системы балльных оценок оперативный контроль осуществлялся с помощью контрольных карт. Данные наносились на карты один раз в смену, сутки или месяц – в зависимости от назначения этих карт. Получаемые в результате контроля балльные оценки работы использовались для материального стимулирования работников.

### **Статистический контроль качества на строительстве Усть-Илимской ГЭС**

Усть-Илимская гидроэлектростанция – одна из крупнейших мировых гидроэлектростанций, расположена на реке Ангара в Иркутской области, в городе Усть-Илимск. Строительство ГЭС началось в 1963, закончилось в 1980. Весь этот период действовала система контроля и управления качеством.

Основные принципы системы – оперативность и действенность обеспечиваются методическими приемами контроля, организационными и техническими мероприятиями. К методическим приемам контроля относятся методики наблюдений, обработки и оценки результатов наблюдений для использования в целях управления. Организационные мероприятия обеспечивают непосредственную заинтересованность работников в качестве изготавливаемой продукции.

Основной инструмент оперативного контроля за процессом приготовления и укладки гидротехнического бетона – контрольные карты для различных статистических параметров, вычисляемых по результатам наблюдений за процессом. Методика построения контрольных карт обуславливается видом контрольного процесса.

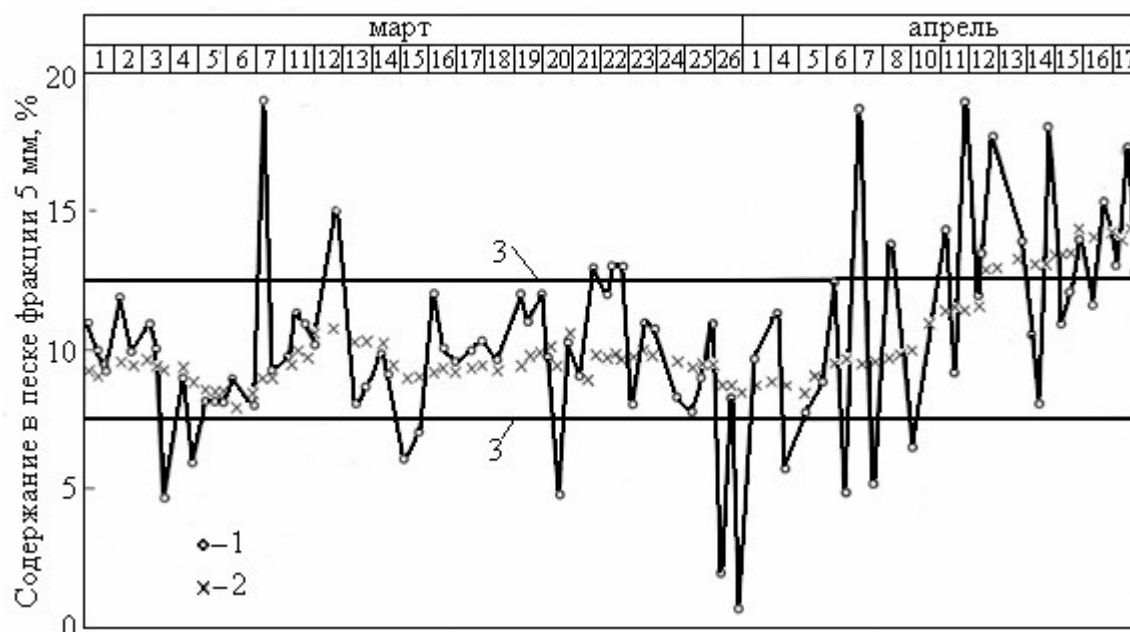
Выбор контролируемых параметров и процессов определяется их влиянием на качество гидротехнического бетона и однородность его свойств. Исследования показали [51, 52], что наибольшее влияние на однородность бетона Усть-Илимской ГЭС оказывают неточность сортирования заполнителей на границах фракций, неоднородность их гранулометрического состава (особенно песка), ошибки в дозировании цемента, колебания подвижности бетонной смеси. Изменчивость свойств цемента и добавок практически не регулируется на заводе, поэтому можно ограничиться учетом их влияния при назначении состава.

Проведенный анализ изменения во времени контролируемых факторов на основе построения автокорреляционных функций показал случайность их изменения во времени. В связи с этим технологические процессы рассматривались как случайные процессы одного из трех типов: стационарные в течение длительного периода (неделя, месяц), стационарные в течение короткого времени (смена, сутки) и нестационарные. Тип процесса определяли при помощи непараметрических критериев серий и тренда [18].

Анализ работы гравиесортировочного завода показал, что при установившейся технологии, такие характеристики, как изменение во времени модуля крупности песка, относительных количеств примесей на границах фракций являются стационарными (в течение не менее недели) случайными процессами с законами распределения, близкими

к нормальному. Стационарность процесса нарушается при изменении технологии, к примеру, размеров ячейки сит, или грубых нарушениях технологии (разрыв сит, завал грохота и т. д.). На грависортировочных заводах ведутся простые контрольные карты ежемесячных наблюдений за индивидуальными значениями модуля крупности песка, содержанием отмучиваемых частиц, относительным содержанием примесей смежных фракций. При наличии ряда наблюдений по контрольной карте можно легко судить о нарушениях технологии или об изменениях, которые привели к изменению одного из показателей. Для установления причин нарушений используется практический опыт службы эксплуатации и контроля.

Значительные изменения (от 10 до 25%) в содержании фракции крупнее 5 мм в песке, получаемом на двух грависортировочных заводах, привели к необходимости оперативного корректирования состава бетона. С этой целью по результатам испытаний проб песка из дозаторов на бетонных заводах ведется контрольная карта индивидуальных значений и скользящего среднего из десяти наблюдений (рис. 3).



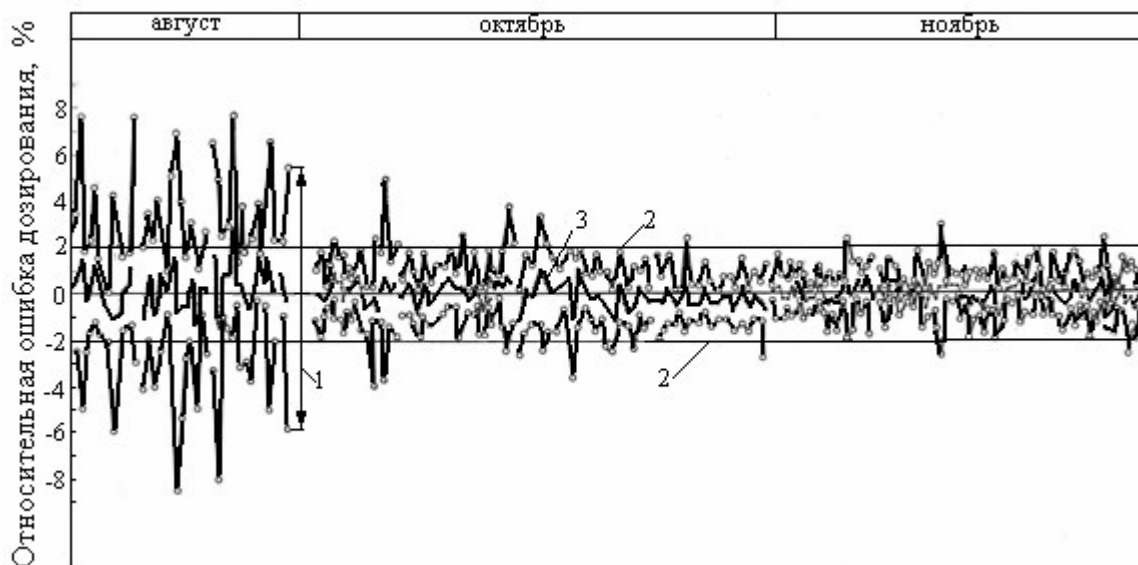
**Рис. 3.** Контрольная карта индивидуальных значений (1) и скользящего среднего (2) процентного содержания в песке фракции крупнее 5 мм; 3 — контрольные границы

Составы бетона корректируют через 5%-ные контрольные интервалы. Так, например, до 12 апреля бетонные заводы работали на составах, содержащих 10% гравия в песке, а с 12 апреля вследствие перехода скользящей средней через границу 12.5% составы были изменены с учетом содержания 15% гравия в песке.

Процесс дозирования компонентов бетонной смеси на заводах приготовления бетона следует рассматривать как случайный стационарный в течение короткого периода времени (смена и иногда менее смены). Для оперативного контроля относительной ошибки дозирования были использованы толерантные контрольные карты [33–38] (рис. 4).

Применение таких карт позволяет обойтись небольшим объемом наблюдений за работой дозаторов в течение смены. Последовательный анализ Вальда [51–53] показал, что для характеристики процесса дозирования при условии его стационарности необходимо не менее девяти наблюдений. В целях оперативного контроля на заводах снимают по 10 наблюдений (взвешиваний) с каждого работающего дозатора каждую

смену. Показания снимают в случайные промежутки времени работы дозаторов, исключая процесс настройки. Границы отклонений от установленной составом нормы взвешивания взяты по СНиП III-V. 1-70: для цемента, воды и добавок – 2%, для заполнителей – 3%.



**Рис. 4.** Толерантная контрольная карта относительной ошибки дозирования цемента: 1 – толерантный интервал, 2 – нормативные контрольные границы, 3 – график средних значений

По результатам наблюдений за смену определяют среднее значение  $\bar{a}$  и среднеквадратичное отклонение  $s$  относительной ошибки дозирования. Рассчитывается верхняя и нижняя границы толерантного интервала  $K_{в.н.} = \bar{a} + \tau s$ , в котором с заданной доверительной вероятностью (90%) лежит определенная доля генеральной совокупности (85%);  $\tau$  — толерантный множитель. Доверительная вероятность определяет надежность контроля, т.е. зависит от того, как тщательно нужно организовать контроль. Доля генеральной совокупности должна определяться нормативными документами и нами условно перенесена с СНиП III-V. 1-70. Толерантный множитель  $\tau = 1.96$  определяется объемом наблюдений  $n = 10$ , долей генеральной совокупности и доверительной вероятностью по табл. 4.2 [18]. Выход верхней и нижней границ толерантного интервала за нормативные границы сигнализирует о неблагоприятном положении с точностью дозирования. При наличии контрольной карты видно, как работает дозатор во времени и является ли «плохая» смена случайным или систематическим явлением. Необходимо ясно представлять, что описанная контрольная карта не определяет причин плохой или хорошей работы дозаторов, а оперативно отражает действительное состояние процесса. Например, изменение конструкции затвора на дозаторе цемента привело к значительному повышению точности дозирования, что немедленно отразилось в контрольной карте (рис. 4).

Применение такого вида контрольных карт позволяет быстро обрабатывать результаты наблюдений и обеспечивает очень жесткий контроль. Периодические выборки по 50 и более взвешиваний подтвердили, что при удержании границ в нормативных пределах, точность дозирования, заданная в исходных требованиях, строго обеспечивается.

Использование контрольных карт распространяется на выходные параметры бетонной смеси: температура, подвижность, прочность. Поскольку изменение температуры во времени – нестационарный случайный процесс, он контролируется при помощи карты индивидуальных значений (рис. 5). Управление температурой бетонной смеси велось для зимнего периода с ноября по апрель. Отдельные значения температуры сравниваются с контрольными границами, определяемыми по заданной для местных условий зависимости допускаемых температур бетонной смеси от температуры наружного воздуха. Выход результатов замера температуры за границы в ряде случаев приводит к остановке секций бетонных заводов для исправления положения.

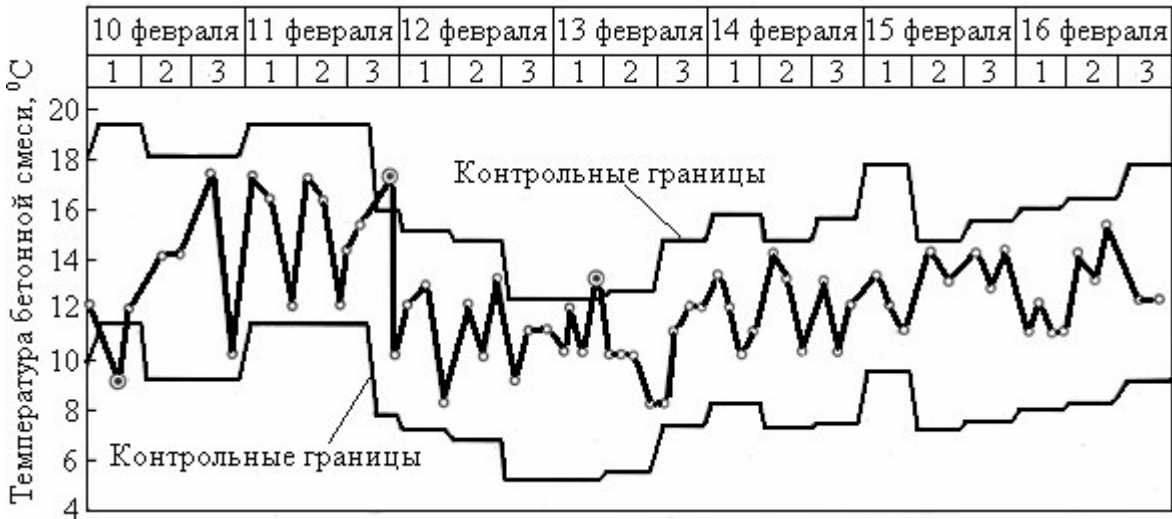


Рис. 5. Контрольная карта индивидуальных значений температуры бетонной смеси

Выполнение нормативных требований к прочности бетона контролируется при помощи величины скользящей минимальной фактической прочности  $R_{мин}^{\phi}$  в серии по соотношению

$$R_{мин}^{\phi} = \bar{R} - \tau_R S_R \geq R_{норм},$$

где

$\bar{R}$  — скользящая средняя прочность из девяти серий образцов (серия образцов – группа контрольных образцов-кубов, изготовленных из одной пробы бетонной смеси, твердевших в одинаковых условиях и испытанных в одном возрасте);

$S_R$  — скользящее среднеквадратическое отклонение прочности из девяти серий образцов;

$\tau_R$  — толерантный множитель;

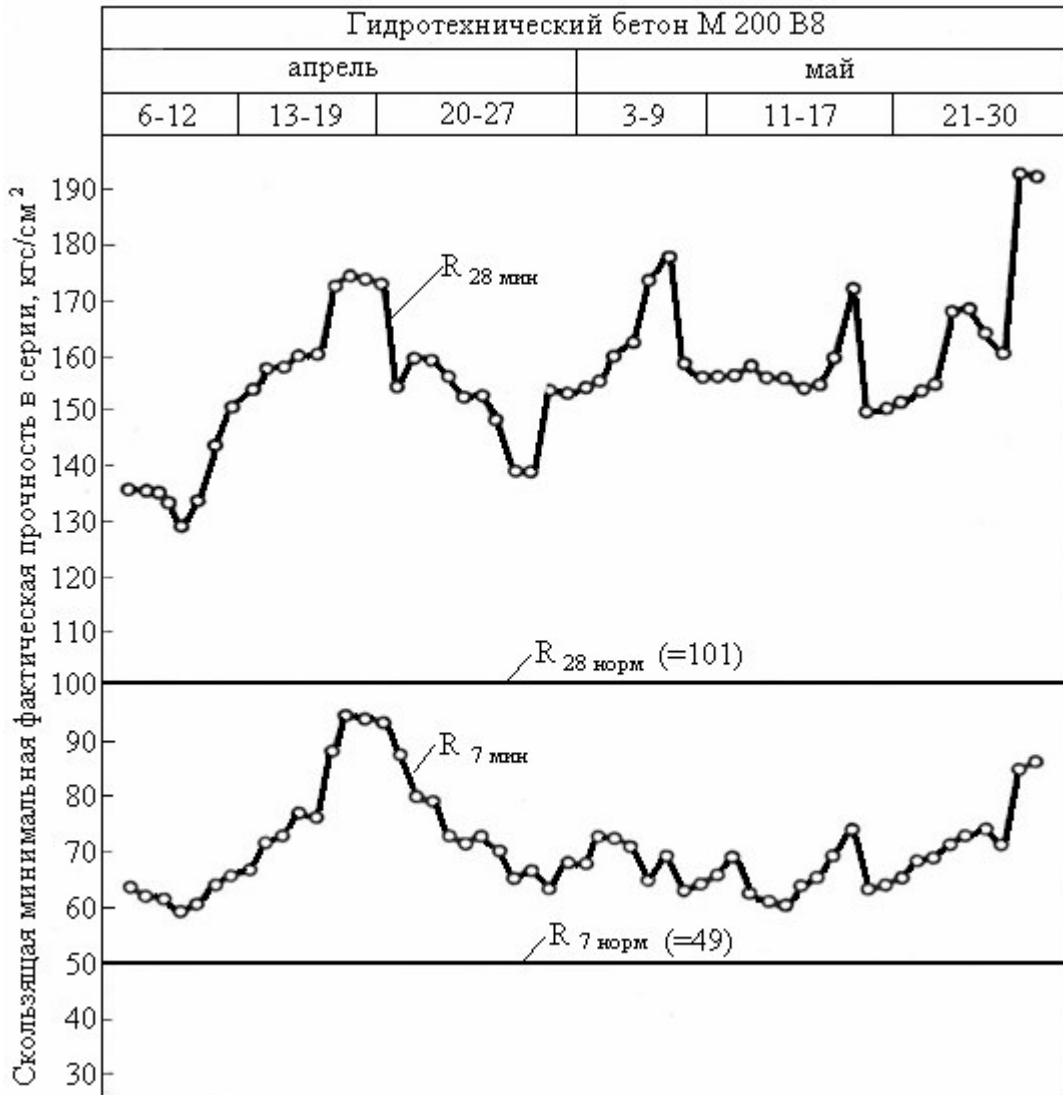
$R_{норм}$  — нормируемая прочность на момент испытания.

Доля генеральной совокупности  $\beta = 0.85$ , лежащая за нормативным значением прочности, условно перенесена из ГОСТ 18105-72. Это определило при заданной доверительной вероятности  $p = 0.90$  толерантный множитель  $\tau_R = 1.5$  [18].

В целях оперативного определения прочности после изготовления (нормативный возраст 180 суток) приходится пользоваться результатами испытаний в ранние сроки, поэтому  $R_{норм}$  на момент испытаний определяли по полученным регрессионным

зависимостям между  $R_{28}$  и  $R_{180}$ ,  $R_7$  и  $R_{180}$  по результатам пассивного эксперимента для Усть-Илимских бетонов.

Контрольная карта  $R_{мин}^{\phi}$  (рис. 6) отражает тенденцию изменения прочности во времени и уровень минимальной прочности относительно нормируемого. Карта используется для анализа влияния изменения состава бетона, качества исходных материалов, сезона работы и т.п. Так, в конце апреля был изменен состав бетона, после чего не было отмечено резкого повышения или снижения прочности, и были выполнены нормативные требования, а, следовательно, изменение состава почиталось правильным (рис. 6).



**Рис. 6.** Контрольная карта скользящей минимальной фактической прочности в серии для бетона М200 В8

При разных методиках определения однородности и оценки прочности бетона М200 В8 получены результаты, подтверждающие выполнение всех нормативных требований.

Система статистического контроля и управления качеством, внедренная на строительстве Усть-Илимской ГЭС, привела к существенному повышению оператив-



ности получения информации о нарушениях технологических процессов, значительному упорядочиванию и унификации документации, улучшению наглядности. Система позволяет вести строгий и чёткий контроль за разнообразными технологическими процессами при значительном меньшем объёме требуемых наблюдений. Это привело к уменьшению расхода цемента в бетонах. Например, в бетоне основной марки 200 В8 для строительства плотины расход цемента на 10 кг меньше, чем на строительстве Братской ГЭС.

### Улучшение гранулометрического состава мелких заполнителей

Изготовление бетонной смеси, предназначенной для выполнения ответственных конструкций, предшествует специальная подготовка нерудных заполнителей. Важное значение при этом имеет улучшение гранулометрического состава песка и связанной с ней однородности свойств бетона.

Представим гранулометрический состав исходного песка (отсеянного из песчано-гравийной смеси) в частных остатках на  $i$  ситах как  $\alpha_i, i = 1, 2, \dots, n$ . Из-за естественной неоднородности состав песка меняется, при этом величины частных остатков на отдельных ситах – случайные величины, распределенные по нормальному закону. Они могут быть охарактеризованы математическими ожиданиями  $\mu(\alpha_i)$  и дисперсиями  $\sigma^2(\alpha_i)$ .

Разделение песка на отдельные фракции (в нашем случае крупную и мелкую) происходит по определенной границе, на которую настроена работа гидравлического классификатора. Содержание в исходном песке частиц крупнее  $\beta_1$  и мельче  $\beta_2$  границы раздела изменяются по усеченному нормальному закону распределения. При этом всегда  $\beta_1 + \beta_2 = 1$ . Эти случайные величины могут быть также охарактеризованы математическими ожиданиями  $\mu(\beta_1), \mu(\beta_2)$  и дисперсиями  $\sigma^2(\beta_1), \sigma^2(\beta_2)$ . Тогда  $\mu(\beta_2) = 1 - \mu(\beta_1)$  и с высокой точностью  $\sigma^2(\beta_1) = \sigma^2(\beta_2) = \sigma^2(\beta)$ .

Величина дисперсии  $\sigma^2(\beta)$  определяется естественным колебанием содержания частиц мельче или крупнее границы раздела в исходном песке и неточностью классификации. Теоретически при абсолютной точности классификации величина  $\sigma^2(\beta)$  зависит только от неоднородности гранулометрического состава исходного продукта.

Гранулометрический состав отдельных фракций характеризуется математическими ожиданиями частных остатков  $\mu_1(\alpha_i), \mu_2(\alpha_i)$  и дисперсиями  $\sigma_1^2(\alpha_i), \sigma_2^2(\alpha_i)$ . Вследствие независимости случайных величин  $\alpha$  и  $\beta$  математические ожидания и дисперсии частных остатков исходного песка

$$\mu(\alpha_i) = \mu_2(\alpha_i) + \mu(\beta_1)(\mu_1(\alpha_i) - \mu_2(\alpha_i)), \quad (1)$$

$$\sigma^2(\alpha_i) = \sigma^2(\beta)(\sigma_1^2(\alpha_i) + \sigma_2^2(\alpha_i) + \mu_1^2(\alpha_i) + \mu_2^2(\alpha_i)) + \mu_1^2(\alpha_i)\sigma_1^2(\alpha_i) + \mu_2^2(\alpha_i)\sigma_2^2(\alpha_i), \quad (2)$$

$$i = 1, 2, \dots, n$$

Аналогично решается задача смешивания отдельных фракций через дозирующие устройства с заданным содержанием – случайные величины  $\beta_1^{cm}, \beta_2^{cm}, \beta_1^{cm} + \beta_2^{cm} = 1$ . Дозирование – процесс случайный, стационарный, центрированный и нормально распределенный с дисперсией  $\sigma_{доз}^2$  и независимый от случайных величин  $\alpha$  и  $\beta$ . По опыту работы дозаторов песка в Усть-Илимском бетонном хозяйстве, дисперсия  $\sigma_{доз}^2$  не зависит от нормы взвешивания и может быть принята постоянной, а математические

ожидаения равны  $\mu(\beta_1^{cm})$  и  $\mu(\beta_2^{cm})=1-\mu(\beta_1^{cm})$ . Тогда математические ожидания и дисперсии частных остатков исходного песка после смешивания

$$\mu(\alpha_i^{cm}) = \mu_2(\alpha_i) + \mu(\beta_1^{cm})(\mu_1(\alpha_i) - \mu_2(\alpha_i)), \quad (3)$$

$$\sigma^2(\alpha_i^{cm}) = \sigma_{\text{доз}}^2(\sigma_1^2(\alpha_i) + \sigma_2^2(\alpha_i) + \mu_1^2(\alpha_i) + \mu_2^2(\alpha_i)) + \mu_1^2(\alpha_i)\sigma_1^2(\alpha_i) + \mu_2^2(\alpha_i)\sigma_2^2(\alpha_i), \quad (4)$$

$$i = 1, 2, \dots, n$$

Сравнивая выражения (1) и (3), видим, что, если  $\mu(\beta_1) = \mu(\beta_1^{cm})$ , то  $\mu(\alpha_i) = \mu(\alpha_i^{cm})$ , то есть при дозировании фракций в количестве, равном их среднему содержанию в исходном песке, средний гранулометрический состав песка, полученного после смешивания, сохранится.

В тоже время однородность гранулометрического состава, оцениваемая дисперсией на каждом  $i$ -м сите, изменится. Как видно из сравнения выражений (2) и (4), дисперсия уменьшится вследствие разницы между дисперсиями  $\sigma^2(\beta)$  и  $\sigma_{\text{доз}}^2$ . При  $\sigma_{\text{доз}}^2 < \sigma^2(\beta)$  однородность повысится.

Рассчитывался эффект улучшения однородности песка за счет его разделения на две фракции с последующим смешиванием на примере песка, используемого на строительстве Усть-Илимской ГЭС [50]. При этом приняты следующие допущения:

- исходный продукт – промытый на спиральных классификаторах песок легкой сортировки;
- абсолютная точность классификации – на границе 0.63 мм (фракции крупнее и мельче 0.63 мм разделяются без захвата);
- после разделения гранулометрический составов отдельных фракций не изменяется.

Исходные данные для расчета в виде выборочных оценок математических ожиданий и дисперсий по результатам лабораторных анализов и наблюдений за точностью дозирования составляют:  $\mu(\beta_1) = \mu(\beta_1^{cm}) = 0.43$ ;  $\sigma(\beta) = 0.07$ ;  $\sigma_{\text{доз}}^2 = 0.02$ . Расчет проводится для частных остатков на ситах 0.14; 0.315 — мелкая фракция; 0.63; 1.25; 5.00 — крупная фракция, которые обозначаются 1, 2, ..., 5. Для исходного песка выборочные оценки математических ожиданий и дисперсий:  $\mu(\alpha_1) = 25.5\%$ ;  $\mu(\alpha_2) = 23.7\%$ ;  $\mu(\alpha_3) = 8.5\%$ ;  $\mu(\alpha_4) = 26.7\%$ ;  $\mu(\alpha_5) = 15.6\%$ ;  $\sigma(\alpha_1) = 6.3\%$ ;  $\sigma(\alpha_2) = 3.5\%$ ;  $\sigma(\alpha_3) = 1.8\%$ ;  $\sigma(\alpha_4) = 2.3\%$ ;  $\sigma(\alpha_5) = 2.5\%$ .

Для крупной фракции, отношение дисперсий  $K_i^{kp} = \sigma_{kp}^2(\alpha_i) / \sigma_{kp}^2(\alpha_i^{cm})$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$ , определяет эффект повышения однородности, где  $\sigma_{kp}^2(\alpha_i)$  и  $\sigma_{kp}^2(\alpha_i^{cm})$  определяется формулами (2), (4) при  $\mu_2(\alpha_i) = 0$ ,  $\sigma_2^2(\alpha_i) = 0$ , так как нет захвата в крупную фракцию из мелкой. Для мелкой фракции расчёты аналогичны.

Величина  $K_i^{kp}$  (в зависимости от размера сит составляет): 0.14 мм – 1.5; 0.315 мм – 2.7; 0.63 мм – 1.7; 1.25 мм – 2.2; 5 мм – 1.2. Таким образом, однородность частных остатков (узких фракций) песка улучшается неодинаково, так как зависит от соотношения математических ожиданий  $\mu(\alpha_i)$  и дисперсий  $\sigma^2(\alpha_i)$ .

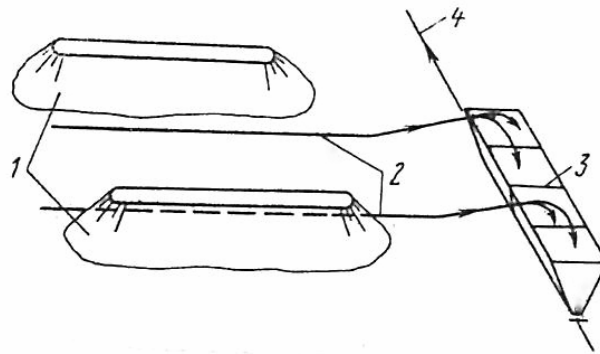
В действительности, точность классификации песка далека от абсолютной, и это неизбежно скажется на величинах  $\sigma^2(\beta)$ ,  $\sigma_1^2(\alpha_i)$  и  $\sigma_2^2(\alpha_i)$ . В таком случае эффект повышения однородности будет несколько снижен.

Величина дисперсии  $\sigma_{\text{доз}}^2 = 0.02$  взята нами для порционных дозаторов бетонного завода. При этом следует отметить высокую точность дозирования, вследствие этого,

величиной  $\sigma_{доз}^2$  можно практически пренебречь. При низкой точности дозирования ( $\sigma_{доз} = 0.03$  и более) влияние этого фактора будет существенно и может привести к минимуму все усилия по улучшению однородности.

Таким образом, чтобы улучшить однородность гранулометрического состава песка, необходимо выполнить главное условие, а именно  $\sigma_{доз}^2 < \sigma^2(\beta)$ , кроме того, следует обеспечить наилучшее разделение песка на границе раздела.

Рассмотрим другой способ повышения однородности песка – смешивание двух или более независимых потоков в равных соотношениях. Практически два или более независимых потока исходного промытого песка дозируется в равных соотношения на одну транспортёрную ленту. Для этой цели может быть использован узел шихтовки (рис. 7). Вместо фракций, полученных разделением на гидравлическом классификаторе, в штабели укладывают песок одной фракции (0–5 мм) из отдельных технологических потоков. В узел непрерывного дозирования песок подают независимыми потоками, что обеспечивает случайность гранулометрического состава песка перед его смешиванием. Все расчёты могут быть выполнены по аналогам формул (3) и (4) для любого количества независимых потоков. В данном случае, также большое значение имеет точность дозирования, характеризуемая дисперсией ошибки  $\sigma_{доз}^2$ .



**Рис. 7.** Узел шихтовки: 1 – штабеля песка; 2 – независимые потоки; 3 – узел непрерывного дозирования; 4 – поток смешанного песка

Эффект улучшения однородности гранулометрического состава песка  $K_i$  в случае строительства Усть-Илимской ГЭС подсчитан для двух и трех потоков в зависимости от размера сит: 0.14 мм – 1.7; 2.3; 0.315 мм – 1.6; 2.0; 0.63 мм – 2.0; 2.8; 125 мм – 2.0; 2.6; 5 мм – 1.7; 2.3.

## Выводы

Сравнивая эффект улучшения однородности при разделении на фракции и смешивания независимых потоков, можно сделать вывод о том, что повышение однородности смешиванием потоков равноценно классификации песка. Главным условием, при котором можно обойтись без классификации, применяя более простой способ смешивания, является относительно небольшая величина  $\sigma(\beta)$  в исходном песке (колебания в содержании фракций крупнее и мельче границы раздела), как это показано на примере усть-илимского песка.

Итак, разработанная методика позволяет оценить эффект улучшения однородности мелких материалов при их разделении на фракции и последующем смешивании с учетом воздействия основных технологических факторов. Следует также отметить, что смешивание независимых потоков песка приносит значительную экономию материальных средств в сравнении с методом гидравлической классификации песка на фракции.

### Список литературы

1. Вероятность и математическая статистика [Текст] : энцикл. / Российский фонд фундаментальных исследований ; Гл. ред. Ю.В. Прохоров. — М. : Большая Рос. энцикл., 1999. — 910 с.
2. Крамер, Г. Математические методы статистики [Текст] = Mathematical Methods of Statistics : научное издание / Г. Крамер ; ред. А.Н. Колмогоров ; пер.: А.С. Монин, А.А. Петров. — М. : Гос. изд-во иностр. лит., 1948. — 632 с.
3. Крамер, Г. Математические методы статистики = Mathematical methods of statistics / Г. Крамер ; пер. с англ. А.С. Монина, А.А. Петрова под ред. А.Н. Колмогорова. — Изд. 2-е, стер. — М. : Мир, 1975. — 648 с.
4. Налимов, В.В. Применение математической статистики при анализе вещества / В.В. Налимов. — М.: Физматгиз, 1960. — 431 с.
5. Романовский, В.И. Математическая статистика [Текст] / В.И. Романовский ; Акад. наук УзССР. Ин-т математики им. В.И. Романовского. — Ташкент : Изд-во Акад. наук УзССР, 1961. — . —  
Кн. 1 : Основы теории вероятностей и математической статистики. — 1961. — 637 с.
6. Романовский, В.И. Математическая статистика [Текст] / В.И. Романовский ; Акад. наук УзССР. Ин-т математики им. В.И. Романовского. — Ташкент : Изд-во Акад. наук УзССР, 1963. — . —  
Кн. 2 : Оперативные методы математической статистики. — 1963. — 794 с.
7. Гренандер, У. Случайные процессы и статистические выводы [Текст] / У. Гренандер ; пер. с англ. и доп. А.М. Яглома. — М. : Изд-во иностр. лит., 1961. — 167 с.
8. Уилкс, С. Математическая статистика [Текст] : научно-популярная литература / С. Уилкс ; пер.: А.М. Каган, Л.А. Халфин, О.В. Шалаевский ; ред. Ю.В. Линник. — М. : Наука, 1967. — 632 с.
9. Дженкинс, Г. Спектральный анализ и его приложения = Spectral analysis and its applications / Г. Дженкинс, Д. Ватт. — М. : Мир, 1971-1972. — . —  
Вып. 1 / пер. с англ. В.Ф. Писаренко ; с предисл. А.М. Яглома. — 316 с.  
Вып. 2 / пер. с англ. В.Ф. Писаренко ; с предисл. А.М. Яглома. — 287 с.
10. Кендалл, М. Теория распределений [Текст] = Distribution Theory : научное издание / М. Кендалл, А. Стьюарт ; пер.: В.В. Сазонов, А.Н. Ширяев ; ред. А.Н. Колмогоров. — М. : Наука, 1966. — 587 с.
11. Кендалл, М. Статистические выводы и связи [Текст] = The advanced theory of statistics : монография / М. Кендалл, А. Стьюарт ; под ред. А.Н. Колмогоров. — М. : Наука. Главная редакция физико-математической литературы [Физматлит], 1973. — 899 с.
12. Кендалл, М. Многомерный статистический анализ и временные ряды [Текст] : пер. с англ. / М. Кендалл, А. Стьюарт ; ред.: А.Н. Колмогоров, Ю.В. Прохоров. — М. : Наука, 1976. — 736 с.
13. Бендат Дж. Измерение и анализ случайных процессов = Random data: analysis and measurement procedures / Дж. Бендат, А. Пирсол ; пер. с англ. Г.В. Матушевского, В.Е. Привальского ; с предисл. Г.Я. Мирского. — М. : Мир, 1974. — 463 с.
14. Андерсон, Т. Статистический анализ временных рядов [Текст] : монография / Т. Андерсон; Пер. с англ. И.Г. Журбенко, В.П. Носко; Под ред. Ю.К. Беляева. — М. : Мир, 1976. — 755 с.
15. Беляев, Ю.К. Вероятностные методы выборочного контроля [Текст] / Ю.К. Беляев. — М. : Наука, 1975. — 407 с.
16. Тутубалин, В.Н. Границы применимости. Вероятностно-статистические методы и их возможности [Текст] / В.Н. Тутубалин. — М. : Знание, 1977. — 64 с.
17. Гнеденко, Б.В. Математика и контроль качества продукции [Текст] : научное издание / Б.В. Гнеденко. — 2-е изд., испр. — М. : Изд-во ЛКИ, 2007. — 63 с.
18. Большов, Л.Н. Таблицы математической статистики [Текст] / Л.Н. Большов, Н.В. Смирнов. — 3-е изд. — М. : Наука, 1983. — 416 с.

19. Орлов, А.И. Что дает прикладная статистика народному хозяйству? / А.И. Орлов // Вестник статистики. — 1986. — № 8. — С. 52–56.
20. Журбенко, И.Г. Анализ стационарных и однородных случайных систем [Текст] : учеб. пособие для студ. вузов, обуч. по спец.: Математика / И.Г. Журбенко. — М. : МГУ, 1987. — 240 с.
21. Колмогоров, А.Н. Вероятностно-статистические методы обнаружения спонтанно возникающих эффектов / А.Н. Колмогоров, Ю.В. Прохоров, А.Н. Ширяев // Труды Математического института им. В.А. Стеклова [Текст]. Теория вероятностей, теория функций, механика : сб. обзорных ст.: к 50-летию Института, вып. 5 / АН СССР ; ред. Ю.В. Прохоров. — М. : Наука, 1988. — С. 4–23.
22. Орлов, А.И. О перестройке статистической науки и её применении / А.И. Орлов // Вестник статистики. — 1990. — № 1. — С. 65–71.
23. Орлов, А.И. Сертификация и статистические методы / А.И. Орлов // Заводская лаборатория. Диагностика материалов. — 1997. — Том 63, № 3. — С. 55–62.
24. Орлов, А.И. Термины и определения в области вероятностно-статистических методов / А.И. Орлов // Заводская лаборатория. Диагностика материалов. — 1999. — Том 65, № 7. — С. 46–54.
25. Орлов, А.И. Прикладная статистика XXI в. / А.И. Орлов // Экономика XXI века. — 2000. — № 9. — С. 3–27.
26. Колмогоров, А.В. Избранные труды : в 6 т. / А.Н. Колмогоров ; Рос. акад. наук, Отд-ние мат. наук, Мат. ин-т им. В.А. Стеклова. — М. : Наука, 2005. — . — Т. 2 : Теория вероятностей и математическая статистика. — 2005. — 581 с.
27. Кудлаев, Э.М. Вероятностно-статистические методы исследования в работах А.Н. Колмогорова / Э.М. Кудлаев, А.И. Орлов // Заводская лаборатория. Диагностика материалов. — 2003. — Том 69, № 5. — С. 55–61.
28. Орлов, А.И. Математические методы исследования в работах Бориса Владимировича Гнеденко / А.И. Орлов // Заводская лаборатория. Диагностика материалов. — 2007. — Том 73, № 7. — С. 66–72.
29. Грановский, Ю.В. К 100-летию со дня рождения В.В. Налимова: поиск нового на перекрестке наук / Ю.В. Грановский, Е.В. Маркова // Заводская лаборатория. Диагностика материалов. — 2010. — Том 76, № 7. — С. 60–68.
30. Горский, В.Г. Прикладная математическая статистика – наш профиль / В.Г. Горский // Заводская лаборатория. Диагностика материалов. — 2007. — Том 73, № 1. — С. 96–100.
31. Шор, Я.Б. Статистические методы анализа и контроля качества и надежности [Текст] / Я.Б. Шор. — М. : Сов. радио, 1962. — 552 с.
32. Гнеденко, Б.В. Математические методы в теории надежности. Основные характеристики надежности и их статистический анализ [Текст] : монография / Б.В. Гнеденко, Ю.К. Беляев, А.Д. Соловьев. — М. : Наука, 1965. — 524 с.
33. Даниленко, Е.Л. Оперативное статистическое управление качеством продукции / Е.Л. Даниленко // Материалы Всесоюзного совещания по проблемам управления. — Минск, 1977.
34. Даниленко, Е.Л. Математико-статистические и вероятностные методы оперативного контроля случайных процессов / Е.Л. Даниленко. — 29 с. — Деп. в ВИНТИ 03.04.81, № 1482-81.
35. Даниленко, Е.Л. Математико-статистические и вероятностные модели оперативного контроля случайных процессов / Е.Л. Даниленко // V Всесоюзное совещание по статистическим методам в процессах управления. — М. : ИПУ АН СССР, 1981. — С. 45–54.
36. Даниленко, Е.Л. Математико-статистические методы оперативного контроля случайных процессов / Е.Л. Даниленко // Исследование операций и АСУ. — Киев: Вища школа, 1982. — Вып. 19. — С. 31–39.
37. Даниленко, Е.Л. Статистический контроль функционирования некоторой динамической системы / Е.Л. Даниленко // Динамика систем: межвуз. научн. сб. — Омск: ОмПИ, 1984.
38. Даниленко, Е.Л. Стохастические модели контроля сложных технических систем: монография / Е.Л. Даниленко. — 279 с. — Деп. в ВИНТИ 13.06.84, № 3891-84.
39. Лумельский, Я.П. Статистические оценки результатов контроля качества [Текст] / Я.П. Лумельский. — М. : Изд-во стандартов, 1979. — 200 с.
40. Мердок, Дж. Контрольные карты [Текст] : научное издание / Дж. Мердок ; пер. с англ. С.А. Фатеева. — М. : Финансы и статистика, 1986. — 151 с.
41. Кривцов, В.С. Современные статистические методы в стандартизации и управлении качеством продукции / В.С. Кривцов, А.И. Орлов, В.Н. Фомин // Стандарты и качество. — 1988. — № 3. — С. 32–36.
42. Статистические методы повышения качества [Текст] : монография: Пер. с англ. / ред. Х. Кумэ ; пер.: Ю.П. Адлер, Л.А. Конарева. — М. : Финансы и статистика, 1990. — 301 с.

43. Орлов, А.И. Статистический контроль качества продукции / А.И. Орлов // Российское предпринимательство. — 2001. — № 2(14). — С. 17–24.
44. Смирнова, О.С. Программное обеспечение для статистического анализа / О.С. Смирнова // Заводская лаборатория. Диагностика материалов. — 2008. — Том 74, № 5. — С. 68–75.
45. Даниленко, Е.Л. Некоторые методологические вопросы статистического контроля и управления качеством процессов / Е.Л. Даниленко // Проблемы статистического измерения, моделирования, прогнозирования научно-технического прогресса. — М.: МЭСИ, 1974.
46. Даниленко, Е.Л. Об использовании обобщенного приведенного показателя качества / Е.Л. Даниленко // Заводская лаборатория. — 1975. — № 1.
47. Даниленко, Е.Л. Метод балльных оценок для контроля качества технологических процессов / Е.Л. Даниленко, П.Я. Старожицкий // Стандарты и качество. — 1975. — № 10. — С. 40–41, 62.
48. Даниленко, Е.Л. Система балльных оценок качества бетонных работ на строительстве Усть-Илимской ГЭС / Е.Л. Даниленко, М.А. Садович // Гидротехническое строительство. — 1976. — № 7. — С. 7–9.
49. Даниленко, Е.Л. Исследование возможности приготовления бетонов на несортированной гравийно-песчаной смеси при помощи математико-статистических методов / Е.Л. Даниленко [и др.] // Применение методов моделирования с целью совершенствования технологии производства строительных материалов. — Тольятти, 1974. — С. 120–126.
50. Даниленко, Е.Л. Улучшение гранулометрического состава мелких заполнителей / Е.Л. Даниленко, М.А. Садович // Строительные материалы. — 1975. — № 9. — С. 27–28.
51. Даниленко, Е.Л. Система статистического контроля и управления качеством бетона на строительстве Усть-Илимской ГЭС / Е.Л. Даниленко, М.А. Садович, П.Я. Старожицкий // Энергетическое строительство. — 1974. — № 2. — С. 43–47.
52. Даниленко, Е.Л. Статистический контроль и управление качеством бетона / Е.Л. Даниленко, М.А. Садович // Бетон и железобетон. — М.: Стройиздат, 1975. — № 1. — С. 10–11.
53. Вальд, А. Последовательный анализ / А. Вальд ; пер. с англ. П.А. Бакута [и др.] ; под ред. Б.А. Севостьянова. — М. : Физматгиз, 1960. — 327 с.

## ЕФЕКТИВНЕ ЗАСТОСУВАННЯ МАТЕМАТИКО–СТАТИСТИЧНИХ МЕТОДІВ

Е.Л. Даніленко

Одеський національний політехнічний університет,  
просп. Шевченка, 1, Одеса, 65044, Україна; e-mail: sankirillo@yahoo.com

Пропонуються приклади ефективного використання простих математико-статистичних методів в промисловому і будівельному виробництві.

**Ключові слова:** статистичні оцінки, балльні оцінки, статистичний контроль якості, контрольні карти, однорідність гранулометричного складу, якість бетону

## EFFECTIVE USE OF MATHEMATICAL STATISTICS

Eugene L. Danilenko

Odessa National Polytechnic University,  
1 Shevchenko Ave., Odessa, 65044, Ukraine; e-mail: sankirillo@yahoo.com

The examples of the effective use of simple mathematical statistics methods are offered in an industrial and build production.

**Keywords:** statistical estimations, numerical scores, statistical control of quality, control cards, homogeneity of particle-size, concrete quality