

УДК 621.86.065:539.38

Чаюн И.М., д.т.н.; Непомнящий А.В.; Чаюн М.И.

Одесский национальный политехнический университет

СВЯЗЬ ИЗГИБНОЙ ЖЕСТКОСТИ ПОДЪЕМНОГО КАБЕЛЬ-КАНАТА С ЕГО ДЕФОРМИРОВАННО- НАПРЯЖЕННЫМ СОСТОЯНИЕМ

Аннотация. Кабель-канатом называют вироб, виготовлений з витого дроту, який включає вантажнесучу і токоведу частини, розділені ізоляційним шаром. Одною з основних характеристик є згинальна жорсткість перерізу кабель-канату, котра залежить від натягнення і кривизни згинання в зоні навивання на барабан. Показана нерозривність деформованого стану дротів кабель-канату з усіма його жорсткісними характеристиками, в тому числі зі згинальною жорсткістю перерізу.

Ключевые слова: канат, кабель, трение, жесткость каната, напряженное состояние.

Аннотация. Кабель-канатом называем изделие изготовленное из витых проволок, содержащее грузонесущую и токоведущую части, разделенные изоляционным слоем. Одной из основных характеристик является изгибная жесткость сечения кабель-каната, которая зависит от натяжения и кривизны изгиба в зоне навивания на барабан. Показана неразрывность деформированного состояния проволок кабель-каната со всеми его жесткостными характеристиками, в том числе с изгибной жесткостью сечения.

Ключевые слова: канат, кабель, трение, жесткость каната, напряженное состояние.

Annotation. Kabelleil nennt man das aus gewundenen Drähten gefertigte Erzeugnis. Die enthalten die tragfähigkeiten und stromführenden Anteile, die sich mit Isolierschicht teilen. Die wichtige Charakteristik ist die Biegesteifigkeit der Schnitt des Kabelleils, die von der Spannung und Schweißung der Krümmung in der Zone der Zettelung auf die Trommel abhängig ist. Die Kontinuität der Dehnungszustand den Drähten des Kabelleils mit allen seinen Versteifungsverhalten der Schnittsteifigkeit inklusiv ist gezeigt.

Stichwörter: Seil, Kabel, Reibung, Spannungszustand.

Постановка проблемы. Экспериментальные исследования показывают, что изгибная жесткость кабель-каната увеличивается с ростом его натяжения P и уменьшением кривизны χ изгиба [1...4]. В многих работах [3... 5 и др.] формулы изгибной жесткости каната

привязаны к суммарной изгибной жесткости его проволок EI_0 различными коэффициентами. Это относится, в том числе, к двучленным выражениям изгибной жесткости [3...5].

Введено понятие приведенной изгибной жесткости [4]

$$G = B \pm b, \tag{1}$$

где B – названо упругой изгибной жесткостью;

b – названо трибожесткостью, т.е. жесткостью, обусловленной внутренним конструкционным трением (знак «+» при увеличении кривизны, а «-» при уменьшении т.е. при выпрямлении кабель-каната).

Аналогичное представление изгибной жесткости в относительном виде [3]

$$\frac{EI}{d^4} = \frac{EI_0}{d^4} + \frac{EI_R}{d^4} = \frac{1}{d^4} \left\{ EI_0 + \left[a_0 + a_1 \left(c_0 + c_1 \frac{S}{d^2} \right) \left(\frac{D}{d} \right)^{0,67} \right] \right\}, \tag{2}$$

где EI_R – составляющая изгибной жесткости, обусловленная трением;

d и D – диаметр каната и барабана;

S – натяжение каната;

a_0 ; a_1 ; c_0 ; c_1 – опытные коэффициенты.

Представление изгибной жесткости в виде (1) и (2) подчинено решению определенных задач в работах [3, 4], но не дает возможности увязать изгибные жесткости каната с его внутренним деформированным, а, значит, и с напряженным состоянием, необходимым для прочностного расчета.

Цель статьи. Все жесткости кабель-каната, в том числе и изгибную, представить в неразрывной связи с его внутренним деформированным, а, значит, и напряженным состоянием, необходимым для выполнения прочностного расчета.

Изложение основного материала. Жесткостные характеристики кабель-каната определяем на основе теоремы [6]: «*вторая частная производная от удельной потенциальной энергии деформирования кабель-каната по любой деформации равна соответствующей жесткости его сечения*»

$$G_{kk} = \frac{\partial^2 u}{\partial \Delta_k^2}; \quad G_{kj} = \frac{\partial^2 u}{\partial \Delta_k \partial \Delta_j}; \quad k = j = 1; 2; 3; 4; 5. \tag{3}$$

Здесь Δ_k – деформации кабель-каната: $\Delta_1 = \varepsilon$ – продольная; $\Delta_2 = \theta$ – кручения; $\Delta_3 = \omega$ – поперечная; $\Delta_4 = \chi$ и $\Delta_5 = \zeta$ – деформации изгиба;

$$u = \frac{1}{2} \sum_1^s \Lambda (\Phi_p e^2 + \Phi_t t^2 + \Phi_u (b^2 + n^2)); \tag{4}$$

$$\Lambda = \cos^{-1} \alpha \cdot \cos^{-1} \beta; \tag{5}$$

$\Phi_p = EA$, $\Phi_t = 2GI$ и $\Phi_u = EI$ — продольная, крутильная и изгибная жесткости проволок;

e ; t ; b ; n — деформации растяжения, кручения, изгиба проволок, которые удобно представить в таком виде

$$e = \varepsilon K_{e\varepsilon} + \theta K_{e\theta} + \omega K_{e\omega} + \chi K_{e\chi} + \zeta K_{e\zeta} + \eta K_{e\eta}; \quad (6)$$

$$t = \varepsilon K_{t\varepsilon} + \theta K_{t\theta} + \omega K_{t\omega} + \chi K_{t\chi} + \zeta K_{t\zeta}; \quad (7)$$

$$b = \varepsilon K_{b\varepsilon} + \theta K_{b\theta} + \omega K_{b\omega} + \chi K_{b\chi} + \zeta K_{b\zeta}; \quad (8)$$

$$n = \varepsilon K_{n\varepsilon} + \theta K_{n\theta} + \omega K_{n\omega} + \chi K_{n\chi} + \zeta K_{n\zeta}, \quad (9)$$

где $K_{e\varepsilon}$; $K_{e\theta}$; ...; $K_{n\zeta}$ — удельные деформации проволоки в кабель-канате (первая буква в индексах указывает деформацию проволоки, а вторая деформацию кабель-каната, связанную с данной деформацией проволоки, например, $K_{e\theta}$ учитывает продольную e деформацию проволоки, связанную с деформацией θ кручения кабель-каната).

Матричная формула жесткостей кабель-каната имеет вид

$$|G| = \sum_1^s \Lambda_i |K_i| |GD_i| |K_i|^T, \quad (10)$$

где $|K_i|$ — матрица удельных деформаций i -го элемента (проволоки) в кабель-канате;

$$|K_i| = \begin{pmatrix} K_{e\varepsilon} & K_{t\varepsilon} & K_{b\varepsilon} & K_{n\varepsilon} \\ K_{e\theta} & K_{t\theta} & K_{b\theta} & K_{n\theta} \\ K_{e\omega} & K_{t\omega} & K_{b\omega} & K_{n\omega} \\ K_{e\chi} & K_{t\chi} & K_{b\chi} & K_{n\chi} \\ K_{e\zeta} & K_{t\zeta} & K_{b\zeta} & K_{n\zeta} \end{pmatrix}_i, \quad (11)$$

$|GD_i|$ — матрица внутренней жесткости проволок i -го элемента:

$$|GD_i| = \begin{pmatrix} \Phi_p & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \Phi_t & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \Phi_u & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \Phi_u \end{pmatrix}.$$

Исходной базой для удельных деформаций матрицы (11) являются геометрические уравнения М.Ф. Глушко [5]. Добавив факторы

поперечного сужения [6], трения [7] и температурного действия получаем их для одинарной свивки в таком виде:

$$K_{e\varepsilon} = \cos^2 \alpha (1 - v_{e\omega} \mu_\varepsilon \operatorname{tg}^2 \alpha); \quad (12)$$

$$K_{e\theta} = v_{e\theta} \cos^2 \alpha \operatorname{tg} \alpha (r + \mu_\theta \operatorname{tg} \alpha); \quad (13)$$

$$K_{e\omega} = v_{e\omega} \sin^2 \alpha; \quad (14)$$

$$K_{e\chi} = v_{e\chi} r \cos^2 \alpha \cos \varphi; \quad (15)$$

$$K_{e\zeta} = v_{e\zeta} r \cos^2 \alpha \sin \varphi; \quad (16)$$

$$K_{e\eta} = \lambda; \quad (17)$$

$$K_{t\varepsilon} = (1 - v_{t\varepsilon} \mu_\varepsilon) r^{-1} \cos \alpha \sin^2 \alpha; \quad (18)$$

$$K_{t\theta} = v_{t\theta} \cos^4 \alpha (1 + \mu_\theta \operatorname{tg}^3 \alpha / r); \quad (19)$$

$$K_{t\omega} = v_{t\omega} r^{-1} \cos \alpha \sin^3 \alpha; \quad (20)$$

$$K_{t\chi} = -v_{t\chi} \cos^2 \alpha \sin 2\alpha \cos \varphi; \quad (21)$$

$$K_{t\zeta} = v_{t\zeta} \cos^2 \alpha \sin 2\alpha \sin \varphi; \quad (22)$$

$$K_{b\varepsilon} = -(1 + v_{b\varepsilon} \mu_\varepsilon) r^{-1} \cos^2 \alpha \sin^2 \alpha; \quad (23)$$

$$K_{b\theta} = v_{b\theta} \sin 2\alpha (1 + \cos^2 \alpha); \quad (24)$$

$$K_{b\omega} = v_{b\omega} r^{-1} \cos^2 \alpha \sin^2 \alpha; \quad (25)$$

$$K_{b\chi} = v_{b\chi} \cos^2 \alpha \cos 2\alpha \cos \varphi; \quad (26)$$

$$K_{b\zeta} = -v_{b\zeta} \cos^2 \alpha \cos 2\alpha \sin \varphi; \quad (27)$$

$$K_{n\chi} = -v_{n\chi} \cos^3 \alpha (1 + 2\operatorname{tg}^2 \alpha) \sin \varphi; \quad (28)$$

$$K_{n\zeta} = v_{n\zeta} \cos^3 \alpha (1 + 2\operatorname{tg}^2 \alpha) \cos \varphi, \quad (29)$$

где $v_{e\omega}, v_{e\theta}, v_{e\chi}, \dots, v_{n\zeta}$ – коэффициенты влияния внутреннего трения (первая буква в индексах указывает деформацию проволоки, а вторая деформацию кабель-каната, например, $v_{e\theta}$ учитывает продольную деформацию проволоки, связанную с деформацией θ кручения кабель-каната и трением);

$\mu_\varepsilon, \mu_\theta$ – коэффициенты поперечной деформации слоев кабель-каната от силового действия [6].

В случае двойной свивки удельные деформации проволок в кабель-канате определяются произведением двух матриц

$$|K_i| = \begin{vmatrix} K_{e\varepsilon} & K_{t\varepsilon} & K_{b\varepsilon} & K_{n\varepsilon} \\ K_{e\theta} & K_{t\theta} & K_{b\theta} & K_{n\theta} \\ K_{e\chi} & K_{t\chi} & K_{b\chi} & K_{n\chi} \\ K_{e\zeta} & K_{t\zeta} & K_{b\zeta} & K_{n\zeta} \end{vmatrix} = |KT_i| \cdot |KF_i| =$$

$$= \begin{vmatrix} \bar{K}_{E\varepsilon} & \bar{K}_{T\varepsilon} & \bar{K}_{B\varepsilon} & 0 \\ \bar{K}_{E\theta} & \bar{K}_{T\theta} & \bar{K}_{B\theta} & 0 \\ \bar{K}_{E\chi} & \bar{K}_{T\chi} & \bar{K}_{B\chi} & \bar{K}_{N\chi} \\ \bar{K}_{E\zeta} & \bar{K}_{T\zeta} & \bar{K}_{B\zeta} & \bar{K}_{N\zeta} \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} K_{eE} & K_{tE} & K_{bE} & 0 \\ K_{eT} & K_{tT} & K_{bT} & 0 \\ K_{eB} & K_{tB} & K_{bB} & K_{nB} \\ K_{eN} & K_{tN} & K_{bN} & K_{nN} \end{vmatrix},$$

где $|KT_i|$ – матрица удельных деформаций пряди в канате, в которую входит i -я проволока;

$|KF_i|$ – матрица удельных деформаций i -ой проволоки в пряди.

Компоненты матрицы $|KT_i|$ удельных деформаций прядей определяются аналогично удельным деформациям (12)...(29).

Внешнее деформированное состояние кабель-каната от нагрузки (рис.1) описывается вектором $|DK|$ деформаций кабель-каната

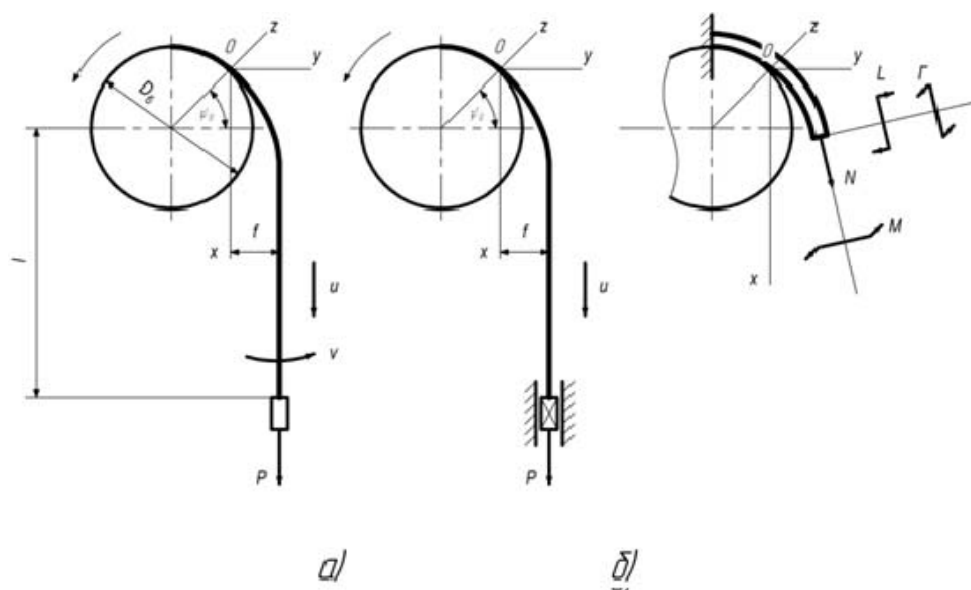


Рисунок 1. - Схемы нагрузки кабель-каната: *a* – свободным концевой груз; *b* – груз в направляющих.

$$|DK| = |G|^{-1} \cdot |F| = \begin{vmatrix} \varepsilon \\ \theta \\ \omega \\ \chi \\ \zeta \end{vmatrix} = \frac{1}{|D|} \begin{vmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} & A_{14} & A_{15} \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} & A_{24} & A_{25} \\ A_{31} & A_{32} & A_{33} & A_{34} & A_{35} \\ A_{41} & A_{42} & A_{43} & A_{44} & A_{45} \\ A_{51} & A_{52} & A_{53} & A_{54} & A_{55} \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} N \\ M \\ Q \\ L \\ \Gamma \end{vmatrix}, \quad (30)$$

где $|G|$ – матрица жесткости кабель-каната

$$|G| = \begin{vmatrix} G_{11} & G_{12} & G_{13} & G_{14} & G_{15} \\ G_{21} & G_{22} & G_{23} & G_{24} & G_{25} \\ G_{31} & G_{32} & G_{33} & G_{34} & G_{35} \\ G_{41} & G_{42} & G_{43} & G_{44} & G_{45} \\ G_{51} & G_{52} & G_{53} & G_{54} & G_{55} \end{vmatrix}, \quad (31)$$

$G_{11}; G_{22}; G_{33}; G_{44}; G_{55}$ – главные жесткости кабель-каната:

продольная, крутильная, поперечная, изгибные в плоскости навивания на барабан и ей ортогональной;

$G_{12}; G_{13}; \dots; G_{15}$ – жесткости влияния;

$|F|$ – вектор внутренних силовых факторов в сечении кабель-каната, связанных с внешней нагрузкой

$$|F| = |N \ M \ Q \ L \ \Gamma|^T, \quad (32)$$

N – нормальная (продольная) сила;

M – крутящий момент;

Q – поперечная сила, связанная, например, с гидростатическим давлением в скважине;

L и Γ – изгибающие моменты.

$|D|$ – определитель матрицы жесткости

$$|D| = G_{11}A_{11} + G_{12}A_{12} + G_{13}A_{13} + G_{14}A_{14} + G_{15}A_{15};$$

$A_{11}, A_{12}, \dots, A_{55}$ – дополнения алгебраические матрицы.

Решение матричного уравнения (30) определяет внешнее деформированное состояние для различных схем нагружения кабель-каната.

Наиболее общим является **растяжение кабель-каната в направляющих с навиванием на барабан (рис. 1, б).**

Вектор внутренних усилий $|F|$ кабель-каната согласно [6], [7]:

$$\text{продольная сила} \quad N(x) = P \cos \psi; \quad (33)$$

$$\text{крутящий момент} \quad M(x) = M_n \cos \psi; \quad (34)$$

поперечная сила, связанная, например, с гидростатическим давлением в скважине

$$Q(x) = \pi d_k \bar{l} q(x), \quad (35)$$

где d_k и \bar{l} – внешний диаметр и единичная длина кабель-каната;

$$q(x) = p(x) - \lambda \omega(x);$$

$p(x)$ – гидростатическое давление H / m^2 ;

λ – удельная реакция сердечника;

$$\text{изгибающие моменты } L = P f e^{-\kappa x}; \quad \Gamma = M_H \sin \psi, \quad (36)$$

M_H – реакция препятствующая повороту концевого сечения

$$M_H = -\frac{A_{12}P + A_{23}Q}{A_{22}}. \quad (37)$$

Выражения деформаций кабель-каната для данного нагружения на основе (30)...(37):

$$\begin{aligned} \varepsilon(x) = \{ & P[A_{11} \cos \psi - A_{12}A_{22}^{-1}(A_{12} \cos \psi + A_{15} \sin \psi) + A_{14}f e^{-\kappa x}] + \\ & + Q[A_{13} - A_{23}A_{22}^{-1}(A_{12} \cos \psi + A_{15} \sin \psi)] \} / |D|; \end{aligned} \quad (38)$$

$$\theta(x) = \{ P(A_{24}f e^{-\kappa x} - A_{25}A_{12}A_{22}^{-1} \sin \psi) + Q A_{23}(1 - \cos \psi - A_{25}A_{22}^{-1} \sin \psi) \} / |D|; \quad (39)$$

$$\begin{aligned} \omega(x) = \{ & P[A_{31} \cos \psi - (A_{32}A_{12} \cos \psi + A_{35}A_{12} \sin \psi)A_{22}^{-1} + A_{34}f e^{-\kappa x}] + \\ & + Q[A_{33} - (A_{23}^2 \cos \psi + A_{23}A_{35} \sin \psi)A_{22}^{-1}] \} / |D|; \end{aligned} \quad (40)$$

$$\begin{aligned} \chi(x) = \{ & P[A_{41} \cos \psi - (A_{42}A_{12} \cos \psi + A_{45}A_{12} \sin \psi)A_{22}^{-1} + A_{44}f e^{-\kappa x}] + \\ & + Q[A_{43} - (A_{23}A_{42} \cos \psi + A_{12}A_{45} \sin \psi)A_{22}^{-1}] \} / |D| \end{aligned} \quad (41)$$

$$\begin{aligned} \zeta(x) = \{ & P[A_{51} \cos \psi - (A_{42}A_{12} \cos \psi + A_{55}A_{12} \sin \psi)A_{22}^{-1} + A_{44}f e^{-\kappa x}] + \\ & + Q[A_{53} - (A_{23}A_{52} \cos \psi + A_{12}A_{55} \sin \psi)A_{22}^{-1}] \} / |D|, \end{aligned} \quad (42)$$

$$\text{где } \kappa = \sqrt{P/G_{44}}; \quad f = G_{44}/PR; \quad \chi = -R^{-1}e^{-\kappa x}; \quad \psi = (G_{44}/PR^2)^{0,5}e^{-\kappa x}. \quad (43)$$

В случае полной симметрии сечения кабель-каната выражения деформаций (38)...(42) упрощаются за счет нулевых значений большинства (четырнадцать из двадцати) жесткостей влияния:

$$G_{14} = G_{15} = G_{24} = G_{25} = G_{34} = G_{35} = G_{45} = 0. \quad (44)$$

При радиусе барабана $R \rightarrow \infty$ и поперечной силе (35) $Q=0$, а также полной симметрии сечения кабель-каната уравнение (30) дает только деформацию растяжения [5] $\varepsilon = P/G_{11}$, что соответствует схеме чистого растяжения по терминологии М.Ф. Глушко [5].

Растяжение с навиванием на барабан при свободном подвесе груза (рис.1, а).

При такой схеме нагружения реакция $M_H = 0$. Отсюда $M = \Gamma = 0$. Деформации кабель-каната на основании уравнения (30):

$$\varepsilon = [P(A_{11} \cos \psi + A_{14} f e^{-kx}) + A_{13} Q] / |D|; \quad (45)$$

$$\theta = [P(A_{21} \cos \psi + A_{24} f e^{-kx}) + A_{23} Q]; \quad (46)$$

$$\omega = [P(A_{31} \cos \psi + A_{34} f e^{-kx}) + A_{33} Q] / |D|; \quad (47)$$

$$\chi = [P(A_{41} \cos \psi + A_{44} f e^{-kx}) + A_{43} Q] / |D|; \quad (48)$$

$$\zeta = [P(A_{51} \cos \psi + A_{54} f e^{-kx}) + A_{53} Q] / |D|. \quad (49)$$

Растяжение кабель-каната свободно подвешенным грузом.

Как и в предыдущей схеме реакция сопротивления кручения кабель-каната M_n ; $M = G = 0$. При этом решение уравнения (30) с учетом зависимостей (34), (35) дает такие деформации:

$$\varepsilon = (PA_{11} + A_{13}Q) / |D|; \quad (50)$$

$$\theta = (PA_{21} + QA_{23}) / |D|; \quad (51)$$

$$\omega = (PA_{31} + QA_{33}) / |D|; \quad (52)$$

$$\chi = (PA_{41} + QA_{43}) / |D|; \quad (53)$$

$$\zeta = (PA_{51} + QA_{53}) / |D|. \quad (54)$$

При поперечной силе $Q=0$ и полной симметрии сечения кабель-каната по уравнению (30) деформации его растяжения и кручения, соответствуют ранее полученным М.Ф. Глушко [5]:

$$\varepsilon = \frac{PG_{22}}{G_{11}G_{22} - G_{12}^2}; \quad \theta = -\frac{PG_{12}}{G_{11}G_{22} - G_{12}^2}.$$

Чистое растягивание кабель-каната.

Внешними силами при данной схеме нагрузки является концевое усилие P и нагрузка Q . При этом нет внешних сил, вызывающих деформации кручения и изгиба кабель-каната. Но при наличии асимметрии в сечениях кабель-каната будут деформации изгиба, вызванные асимметрией ей. Это адекватно нецентральному растяжению стержня.

$$\varepsilon = [P(A_{11} - A_{12}^2 A_{22}^{-1}) + Q(A_{13} - A_{12} A_{23} A_{22}^{-1})] / |D|; \quad (55)$$

$$\omega = [P(A_{31} - A_{12} A_{32} A_{22}^{-1}) + Q(A_{33} - A_{23}^2 A_{22}^{-1})] / |D|; \quad (56)$$

$$\chi = [P(A_{41} - A_{12} A_{42} A_{22}^{-1}) + QA_{43}(1 - A_{23} A_{22}^{-1})] / |D|; \quad (57)$$

$$\zeta = [P(A_{51} - A_{12} A_{52} A_{22}^{-1}) + QA_{53}(1 - A_{23} A_{22}^{-1})] / |D|. \quad (58)$$

При поперечной силе (33) $Q=0$ и полной симметрии сечения кабель-каната, согласно (44) по уравнению (30) получаются деформации растяжения $\varepsilon = P/G_{11}$ (остальные деформации нулевые).

Деформированное состояние кабель-каната при действии распределенной нагрузки.

Выше рассмотрено деформированное состояние кабель-каната для четырех схем без учета действия распределенных по его длине сил. В общем случае вектор силовой нагрузки F (32), обусловленный не только концевым усилием P , а зависит от вертикального отвеса кабель-каната, а, например, для каротажного кабеля зависит также от сил сопротивления его движению, выталкивающей силы бурового раствора, скорости подъема и формы трассы скважины (отклонение ее от вертикали). Внешнюю силу в виде совокупности концевого усилия P и распределенных сил выражаем зависимой от координаты x (рис.1)

$$T = Ph, \quad (59)$$

где $h = 1 + \frac{ql}{P}(1 - \bar{x})$;

l – глубина скважины;

$\bar{x} = x/l$ – относительная координата сечения кабель-каната.

Распределенную силу q по опыту эксплуатации [9] представляем суммой составляющих

$$q = q_k + q_o - q_p, \quad (60)$$

где q_k – сила тяжести единицы длины кабеля;

q_o – сила сопротивления на единицу длины, которая зависит от силы трения о стенки скважины, силы противодействия сдвигу между частицами бурового раствора и силы инерции при изменении скорости движения кабеля;

q_p – сила выталкивания бурового раствора.

Составляющие вектора $|DK|$ (3), описывающие внешнее деформированное состояние кабель-каната с учетом (59), получаются аналогично рассмотренным выше четырем схемам.

Прежде чем представить непосредственно внутреннее деформированное состояние кабель-каната рассмотрим предлагаемую модель учета межэлементного трения. Трение должно учитываться в удельных деформациях (12)...(29) абсолютно одинаково как для жесткостных характеристиках, так и для описания внутреннего деформированного состояния кабель-канатов.

Механико-математические модели коэффициентов трения.

Наиболее существенно влияют на жесткостные характеристики и деформированное состояние численные значения $v_{e\theta}; v_{t\theta}; v_{e\chi}; v_{e\zeta}$ в (12)...(29). Первые два $v_{e\theta}; v_{t\theta}$, связанные с деформацией θ кручения кабель-каната, рассмотрены в [10].

Удельная деформация растяжения проволоки, связанная с изгибом кабель-каната (15),

$$K_{e\chi} = v_{e\chi} r \cos^2 \alpha \cos \varphi,$$

где $v_{e\chi}$ – коэффициент, который учитывает влияние трения на деформацию растяжения e проволоки в кабель-канате от его деформации изгиба χ .

В исходном прямолинейном натянутом состоянии изгибная жесткость имеет максимально возможное значение $\max G_{44}$, поскольку между элементами будет трение покоя. На основе (10)

$$G_{44} = \sum_1^s \Lambda (\Phi_p K_{e\chi}^2 + \Phi_t K_{t\chi}^2 + \Phi_u (K_{b\chi}^2 + K_{n\chi}^2)). \quad (61)$$

Для фиксированного натяжения такая жесткость сохраняется при изгибе до определенной кривизны $\chi_{пр}$. В этом состоянии сила трения F пропорциональна коэффициенту трения и силе прижатия, которая образуется натяжением кабель-каната. Вследствие изгиба кабель-каната возникает сила сдвига F_c . В состоянии трения покоя

$$F_c = \chi rEA \cos^2 \alpha \cos \varphi, \quad (62)$$

проволока получает возрастающую продольную деформацию растяжения $e(\chi)$ в зависимости от кривизны кабель-каната, где EA и φ – продольная жесткость проволоки и угол, определяющий ее положение в соответствующем слое.

Это будет продолжаться до приобретения кабель-канатом определенной предельной кривизны $\chi_{пр}$, а проволокой предельной деформации растяжения $e_{пр} = e(\chi_{пр})$. В таком состоянии наступит равенство

$$F_{c.пр} = v_{e\chi} \chi_{пр} rEA \cos^2 \alpha \cos \varphi = F. \quad (63)$$

При дальнейшем росте кривизны вплоть до кривизны барабана деформация растяжения проволоки $e_{пр}$ будет оставаться неизменной. Можно считать, что величина $v_{e\chi}$ находится в интервале (0,1), а его конкретное значение определять как отношение деформации растяжения $e_{пр}$, имеющем место в реальном состоянии кабель-каната, к максимально возможному значению

$$v_{e\chi} = \frac{R e_{пр}}{r \cos^2 \alpha \cos \varphi}, \quad (64)$$

где R – радиус кривизны изгиба кабель-каната на барабане (или на блок-балансе).

Коэффициент $v_{e\chi}$ подлежит экспериментальному определению. Используя эксперименты работ [11,12]:

$$e_{np} = \frac{T_2 - T_1}{EA}, \quad (65)$$

где T_1 и T_2 – усилия натяжения проволоки на прямолинейном участке на расстоянии более одного шага вниз от точки соприкосновения каната с блоком и в сечении на изогнутом участке в направлении набегания на блок на расстоянии 1/4 шага от точки соприкосновения с блоком.

В табл.1 приведены результаты определения коэффициентов v_{ex} по формуле (64) на основе опытов [11,12], проведенных с канатом конструкции 1+6+12, диаметра $d=6$ мм, шаги свивки $h_2=46$ мм, $h_3=65$ мм.

Таблица 1 – Результаты экспериментов [11,12] и их обработки

Диаметр каната d , мм и D/d	Усилия в проволоке [12], H		Концевое усилие P , H	Среднее напряжение σ_{cp} , МПа	Коэффициент v_{ex}
	T_1	T_2			
$d = 6$ $D/d = 25$	309	550,6	5778,4	269	0,0397
	231,6	431	4330,4	201,6	0,0328
	152,5	291,4	2852,5	132,8	0,0271
$d = 6$ $D/d = 44$	318,5	507,3	5956	277,3	0,0547
	246,5	387,4	4610	214,6	0,0408
	166,5	285,8	3711,6	172,8	0,0345
	79,1	160,8	1479,4	68,9	0,0237
	26	69,9	486,8	26,7	0,0127

Из табл. 1 видно, что в исследуемом интервале натяжений каната и кривизны его изгиба на блоке зависимости $v_{ex} = f(\sigma, D)$ можно считать линейной. Если такой же характер зависимости распространить до предельного натяжения, соответствующего несущей способности каната при $D/d = 10... 50$, то коэффициент v_{ex} выходит на уровень 0,1– 0,12. Достоверность таких значений v_{ex} подтверждается в работе [6] приемлемым совпадением теоретических и экспериментальных данных несущей способности канатов при растяжении на вращающемся барабане.

При малых кривизнах изгиба, которые получают пряди в канатах двойной свивки при свободном растяжении, коэффициенты v_{ex} при соответствующих натяжениях значительно больше. Так, при натяжениях соответствующих несущей способности канатов двойной свивки в условиях свободного растяжения следует принимать $v_{ex} = 0,6 - 0,85$.

В табл. 2 показана зависимость относительной изгибной жесткости $\bar{G}_{44} = G_{44}/EI_0$ от коэффициента ν_{ex} . Опытные значения относительной изгибной жесткости G_{33} получены на основании экспериментальных данных работы [1], где изгибная жесткость канатов определялась частотным методом, а значит при весьма малых кривизнах. Согласно графиков [1] при $\sigma_{cp} = 270...350$ МПа линейный рост изгибной жесткости от натяжения прекращается и она, монотонно возрастая, приближается к некоторому постоянному значению.

Таблица 2 – Влияние коэффициента ν_{ex} на изгибную жесткость канатов одинарной свивки

№ каната по табл. 3	EI_0 , кН мм ²	Расчетные \bar{G}_{44} при значениях $\nu_{ex} = 0...1$				Опытные \bar{G}_{44} при σ_{cp} , МПа	
		0.0	0.75	0.90	1.0	200	350
1	2470	0.929	26.87	38.29	47.05	35.6	40.39
2	6200	0.882	12.81	18.07	22.10	12.6	14.16
3	4400	0.890	12.84	18.11	22.14	12.8	14.44
4	1830	0.879	24.81	35.40	43.43	19.07	23.98
5	78	0.867	4.31	5.83	7.0	–	–

Таблица 3 – Конструктивные параметры канатов одинарной свивки

№ каната	Конструкция	Диаметр d , мм	Параметры: диаметры δ проволок и радиусы r свивки в мм; углы свивки α в градусах
1	1 + 7 + 7 / 7 + 14	11.4	$\delta_1 = 2.2; \delta_2 = \delta_3 = 1.65; \delta_4 = 1.2; \delta_5 = 2;$ $r_2 = 1.925; r_3 = 3.166; r_4 = 3.35; r_5 = 4.7;$ $\alpha_2 = 6.7; \alpha_3 = 10.97; \alpha_4 = 11.6; \alpha_5 = 16.05$
2	1 + 6 + 12	12.2	$\delta_1 = 2.6; \delta_2 = \delta_3 = 2.4;$ $r_2 = 2.5; r_3 = 4.9;$ $\alpha_2 = 15.27; \alpha_3 = 15.66$
3	1 + 6 + 12	11.2	$\delta_1 = 2.4; \delta_2 = \delta_3 = 2.2;$ $r_2 = 2.3; r_3 = 4.5;$ $\alpha_2 = 13.28; \alpha_3 = 15.67$
4	1 + 6 + 12 + 18	10.6	$\delta_1 = 1.6; \delta_2 = \delta_3 = \delta_4 = 1.5;$ $r_2 = 1.55; r_3 = 3.05; r_4 = 4.55;$ $\alpha_2 = 15.3; \alpha_3 = 15.5; \alpha_4 = 15.7$
5	1 + 6	3.15	$\delta_1 = 1.15; \delta_2 = 1.0;$ $r_2 = 1.075;$ $\alpha_2 = 16.75$

Внутреннее деформированное состояние кабель-канатов.

Представляет определение матрицы $|DII|$ деформаций всех проволок кабель-каната

$$|DII| = |DK| \cdot |K|, \quad (66)$$

где $|DK|$ и $|K|$ – матрицы деформаций кабель-каната и удельных деформаций проволок.

Матрица $|DII|$ блочная размером $1 \times s$, где s – количество элементов (проволок) кабель-каната. Компонентами матрицы $|DII|$ являются деформация растяжения e , кручения t , а также изгиба b относительно бинормали и n относительно нормали каждой i -ой проволоки:

$$|DII_i| = |etbn|_i, \quad i = 1, 2, \dots, s. \quad (67)$$

В развернутом виде деформации каждой i -ой проволоки

$$|etbn|_i = |\varepsilon \theta \omega \chi \zeta| \times \begin{vmatrix} K_{e\varepsilon} & K_{t\varepsilon} & K_{b\varepsilon} & K_{n\varepsilon} \\ K_{e\theta} & K_{t\theta} & K_{b\theta} & K_{n\theta} \\ K_{e\omega} & K_{t\omega} & K_{b\omega} & K_{n\omega} \\ K_{e\chi} & K_{t\chi} & K_{b\chi} & K_{n\chi} \\ K_{e\zeta} & K_{t\zeta} & K_{b\zeta} & K_{n\zeta} \end{vmatrix}_i. \quad (68)$$

Напряженное состояние кабель-каната. Описывается эквивалентными напряжениями в контурных точках сечений проволок

$$\sigma = E \sqrt{\left(e + (b^2 + n^2)^{0,5} \frac{\delta}{2} \right)^2 + 0,16 t^2 \delta^2}, \quad (69)$$

где E и δ – модуль продольной упругости и диаметр проволоки.

Выводы.

1) Влияние межэлементного трения на жесткостные характеристики кабель-каната является опосредствованным. Трение непосредственно влияет на внутреннее деформированное состояние кабель-каната. Наиболее существенное влияние на деформации растяжения (13), (15) и кручения (19) проволок. От этого изменяется удельная потенциальная энергия (4) упругой деформации. Таким образом, жесткостные характеристики кабель-каната, в том числе и изгибная жесткость, определяются непосредственно только упругой деформацией проволок.

2) При исследовании напряженного состояния кабель-каната, определении его несущей способности не должно быть разделения

изгибной жесткости на две составляющих. Влияние трения следует учитывать одновременно одинаково как в жесткостных характеристиках кабель-каната, так и в определении деформаций проволок и далее напряженного состояния.

3) Коэффициенты межэлементного трения можно определять двумя путями. Первый – это тензометрирование, при котором необходимо измерять (отделять) деформативную часть в общем перемещении элемента (провода) при нагружении кабель-каната. Этот путь требует весьма утонченных опытов. Второй – на основе анализа агрегатных деформаций, жесткостных характеристик и несущей способности кабель-канатов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Самарский А.Ф., Приходько В.М. Зависимость жесткости стальных канатов при изгибе от осевой растягивающей нагрузки // Стальные канаты.- К.: Техніка, 1967.— Вып.4.— С.136 — 138.
2. Артюхова В.Е. Зависимость коэффициентов рассеяния энергии в канате от его среднего статического натяжения / Артюхова В.Е. // Стальные канаты. Вып. 7. — К.: Техніка, 1970. — С. 362.
3. Feurer K. Drahtseile : Bemessung, Betrieb, Sicherheit. 2 Auflage / K. Feurer. — Berlin : Springer-Verlag, 2000. — 468 s.
4. Малиновский В.А. Стальные канаты: аналитический справочник / В.А. Малиновский. — Одесса: Астропринт. 2016. — 252 с.
5. Глушко М.Ф. Стальные подъемные канаты / М.Ф. Глушко. — К.: Техніка, 1966. — 325 с.
6. Чаюн, И.М. Несущая способность подъемных канатов и лент / И.М. Чаюн. — Одесса: Астропринт, 2003. — 233 с.
7. Непомнящий А.В. Метод жесткостей в расчете каротажных кабелей / А.В. Непомнящий, И.М. Чаюн // Вісник СевНТУ. Вип. 137. Севастополь: СевНТУ, 2013.— С. 62 — 67.
9. Горбенко Л.А. Каротажные кабели и их эксплуатация /Л.А. Горбенко. —М.: Недра, 1967. — 152 с.
10. Чаюн, І.М. Вплив міжелементного тертя в канаті на його деформований стан і жорсткісні характеристики при розтяганні та крученні / І.М. Чаюн, М.І. Чаюн, О.В. Непомнящий // Підйомно-транспортна техніка. — 2014. — №4.— С. 4-12.
11. Никитин И.Ф. Распределение напряжений в канате при пробегании его по блоку // Стальные канаты.— Вып. 3. — К.: Техніка. — 1966. — 130 — 138.
12. Никитин И.Ф. Дополнительные усилия при переходе каната из прямого в изогнутой // Стальные канаты. — Вып. 4. — К. : Техніка 1967. — С. 81—85.