УДК 519.7

И.М. Скринник, аспирант,
Д.В. Дмитришин, д-р техн. наук, проф.,
Одес. нац. политехн. ун-т

СТАБИЛИЗАЦИЯ ОРБИТ НЕПРЕРЫВНЫХ ОТОБРАЖЕНИЙ С ХАОТИЧЕСКОЙ ДИНАМИКОЙ

Розглянута дискретна система з хаотичною динамикою. Запропонований метод подавління хаосу шляхом локальної стабілізації *T*-циклу. Вивчено випадок, коли мультипликатори циклу знаходяться в об'єднанні лівої напівплощини та одиничного кола.
Ключові слова: нелінійні дискретни системи; оптимальне управлінння хаосом

Рассмотрена дискретная система с хаотической динамикой. Предложен метод подавления хаоса путем локальной стабилизации *T*-цикла. Изучен случай, когда мультипликаторы цикла лежат в объединении левой полуплоскости и единичного круга.
*Ключевые слова:*нелинейные дискретные системы; оптимальное управление хаосом

A discrete system with chaotic behavior is considered. A method of chaos suppression by local stabilizing of *T*-cycles of the system is suggested. The case of multipliers in the left half plane or in the unit disc of the complex plane is studied.
Keywords: non-linear discrete systems; optimal control of chaos

Проблема оптимального воздействия на хаотический режим является одной из фундаментальных в нелинейной динамике [1]. Для ее решения были предложены различные схемы (например, [2]), одна из которых связана со специальным представлением запаздывающей обратной связи (DFC) [3], которая позволяет локально стабилизировать положение равновесия или цикл, вообще говоря, не известные наперед. При этом оказывается, что построенное управление не только локально стабилизирует цикл, но и регуляризирует *всю* динамику системы.

Пусть система

$$x_{n+1} = f\left(x_n\right), f: A \to A,\ A \in R^m, \tag{1}$$

имеет неустойчивый *T*-цикл $\left(\eta_1, \ldots, \eta_T\right)$. Мультипликаторы цикла $\mu_1, \ldots, \mu_m$ являются нулями характеристического уравнения $\det\left(\mu E - \prod_{j=1}^{T} f'\left(\eta_j\right)\right) = 0$. Предположим, что эти мультипликаторы известны лишь в оценочном плане, т.е. известна область их локализации на комплексной плоскости: $M \subset C$. В частности, такая ситуация может быть, если сам цикл наперед не известен.

Система (1), замкнутая управлением

$$u_n = -\sum_{j=1}^{N-1} \varepsilon_j \left(f\left(x_{n-jT+T}\right) - f\left(x_{n-jT}\right)\right), \left|\varepsilon_j\right| < 1,\ j = 1, \ldots, N-1, \tag{2}$$

может быть записана в виде

$$x_{n+1} = \sum_{k=1}^{N} a_k f\left(x_{n-kT+T}\right), \sum_{k=1}^{N} a_k = 1, \tag{3}$$

где между ε_j и a_k установлена биекция $\varepsilon_j = \sum_{k=j+1}^{N} a_k,\ j = 1, \ldots, N-1.$

Отметим, что *T*-циклы систем (1) и (3) совпадают. Характеристическое уравнение линеаризованной в окрестности цикла системы (3) имеет вид

$$\prod_{j=1}^{m} \left(\lambda^{1+T(N-1)} - \mu_j \left(\sum_{k=1}^{N} a_k \lambda^{N-k} \right)^T \right) = 0, \left\{\mu_1, \ldots, \mu_m\right\} \in M .$$

Требуется выбрать коэффициенты усиления ε_j в управлении (2) так, чтобы:

А) *T*-цикл в системе (3) был бы локально устойчив;

Б) величина предыстории $T(N-1)$ в управлении (2) была бы минимальной.

Для случая $M=(-\eta^*,1)$ задача оптимальной локальной стабилизации *T*-цикла решена в [4], [5].

В докладе представлено решение этой задачи для случая

$$M=\{z\in C:|z+\eta^*|<\eta^*\}\cup\{z\in C:|z|<1\}.$$

Для решения поставленной задачи использовались методы геометрической теории функции комплексной переменной. Определялись свойства множества исключительных значений полиномиального отображения единичного круга: $F:\Delta\to C,\ F(z)=z\left(\sum_{j=1}^{N}a_j z^{j-1}\right)^T$. Эти свойства позволили найти минимальное значение N в зависимости от η^*, и оптимальные коэффициенты $a_1,\ldots,a_N$.

Литература

1. Ott E. Controlling chaos / E. Ott, C. Grebodgi, J.A. Yorke // Phys. Rev. Lett. 1990. — № 64. — pp. 1196 — 1199.
2. Polyak B.T. Stabilizing chaos with predictive control / B.T. Polyak // Automation and Remote Control. 2005. — № 66(11). — pp. 1791 — 1804.
3. Pyragas K. Continuous control of chaos by self controlling feedback / K. Pyragas // Phys. Rev. Lett. A. 1992. – № 170, –pp. 421–428.
4. Dmitrishin D. Methods of harmonic analysis in nonlinear dynamics / D. Dmitrishin, A. Khamitova // Comptes Rendus Mathematique. 2013. — Volume 351. — Issues 9-10. — pp. 367 — 370.
5. Dmitrishin D. Fejer polynomials and chaos / D. Dmitrishin, A. Khamitova, A. Stokolos // Springer Proceedings in Mathematics and Statistics. 2014. — Volume 108, — pp. 49 — 75.