

УДК 621.865.8.00.57

О.А. Андрущенко, д-р техн. наук, проф.,
Одес. нац. політехн. ун-т

ПРЯМІ ТА ЗВОРОТНІ ЗАДАЧІ МЕХАНІКИ В АВТОМАТИЗОВАНОМУ ЕЛЕКТРОПРИВОДІ

О.А. Андрущенко. **Прямі і зворотні задачі механіки в автоматизованому електроприводі.** На прикладі дволанкового робота ілюструються рішення прямих та зворотних задач кінематики та динаміки електромеханічної системи аналітичним методом та методом математичного моделювання. Показано, що стандартні процедури побудови тахограм і діаграм навантаження електроприводів ланок робота є одночасно рішеннями прямої та зворотної задач кінематики і зворотної задачі динаміки.

Ключові слова: багатокординатна електромеханічна система, планування руху, динаміка.

О.А. Андрущенко. **Прямые и обратные задачи механики в автоматизированном электроприводе.** На примере двухзвенного робота иллюстрируются решения прямых и обратных задач кинематики и динамики электромеханической системы аналитическим методом и методом математического моделирования. Показано, что стандартные процедуры построения тахограмм и нагрузочных диаграмм электроприводов звеньев робота являются одновременно решением прямой и обратной задач кинематики и обратной задачи динамики.

Ключевые слова: многокоординатная электромеханическая система, планирование движения, динамика.

О. Andryushchenko. **Direct and return tasks of the mechanics in the automated electric drive.** On an example of the double-link robot the decisions of direct and return tasks kinematics and dynamics of electromechanical system by an analytical method and method of mathematical modeling are illustrated. It is shown, that the standard procedures of construction of the tachograms and the loading diagrams of parts of the electric drives robots are simultaneously decision direct and opposite of tasks kinematics and return task of dynamics.

Keywords: multicoordinate electromechanical system, planning of movement, dynamics.

Аналітична механіка розглядає два класи задач кінематики та динаміки — прямі і зворотні. Класичними об'єктами для прикладів розв'язання цих задач є багатоланкові промислові роботи. Пряма задача щодо кінематики роботів формулюється так: визначити кінематичні параметри схопу або вантажу при відомих кінематичних параметрах окремих ланок. Зворотна задача кінематики полягає у визначенні потрібних параметрів руху окремих ланок, які забезпечують переміщення схопу за заданою траєкторією із заданими обмеженнями за вищими похідними в певній системі координат. Аналогічно формулюються прямі та зворотні задачі динаміки. Пряма задача — визначити сили та моменти на схопі за відомими силами та моментами, що діють на осях окремих ланок, зворотна — які сили та моменти треба прикласти до осей окремих ланок, щоб на схопі сформувались потрібні статичні та динамічні навантаження. В більш широкому сенсі можна сказати, що прямі задачі відповідають задачам аналізу, а зворотні — синтезу.

Рух ланок робота забезпечується автоматизованими електроприводами, встановленими на ланках, тому прямі і зворотні задачі розповсюджуються і на них, із відповідним формулюванням вимог щодо кінематики і динаміки.

Крім того, для практики важливо враховувати наявність механічних передач між ланкою і приводним двигуном, втрати в механічних передачах, інерційність приводного двигуна та, в необхідних випадках, дію електромагнітних гальм.

Рівняння Лагранжа записуються у вигляді системи з кількістю рівнянь виду (1), відповідному кількості елементів механічної системи. Кожен член рівняння (1) має розмірність моменту, якщо мова йде про обертальний рух, або сили, якщо це поступальний рух. Узагальнені сили Q_i у випадку, що розглядається, це момент M_1 на осі першої ланки і сила F_2 на осі другої ланки.

На першому етапі при виводі рівнянь руху втратами в механічних передачах та параметрами електроприводів нехтуємо. Рішенням системи (1) є рівняння руху ланок

$$M_1 - m_2 g x \cdot \sin \varphi - 2m_2 x \dot{\varphi} = (J_{o1} + m_2 x^2) \ddot{\varphi}, \tag{2}$$

$$F_2 + m_2 g \cdot \cos \varphi + m_2 x \dot{\varphi}^2 = m_2 \ddot{x} \tag{3}$$

частини робота із залученням механічної частини приводних двигунів і механічних передач. Складові в лівих частинах рівнянь є моментами та силами керуючими та збуджуючими, які виникають як реакція на рух обох ланок, а праві частини є динамічними силами та моментами, які залежать від прискорення ланок. На рис. 2 представлена структурна схема механічної частини робота.

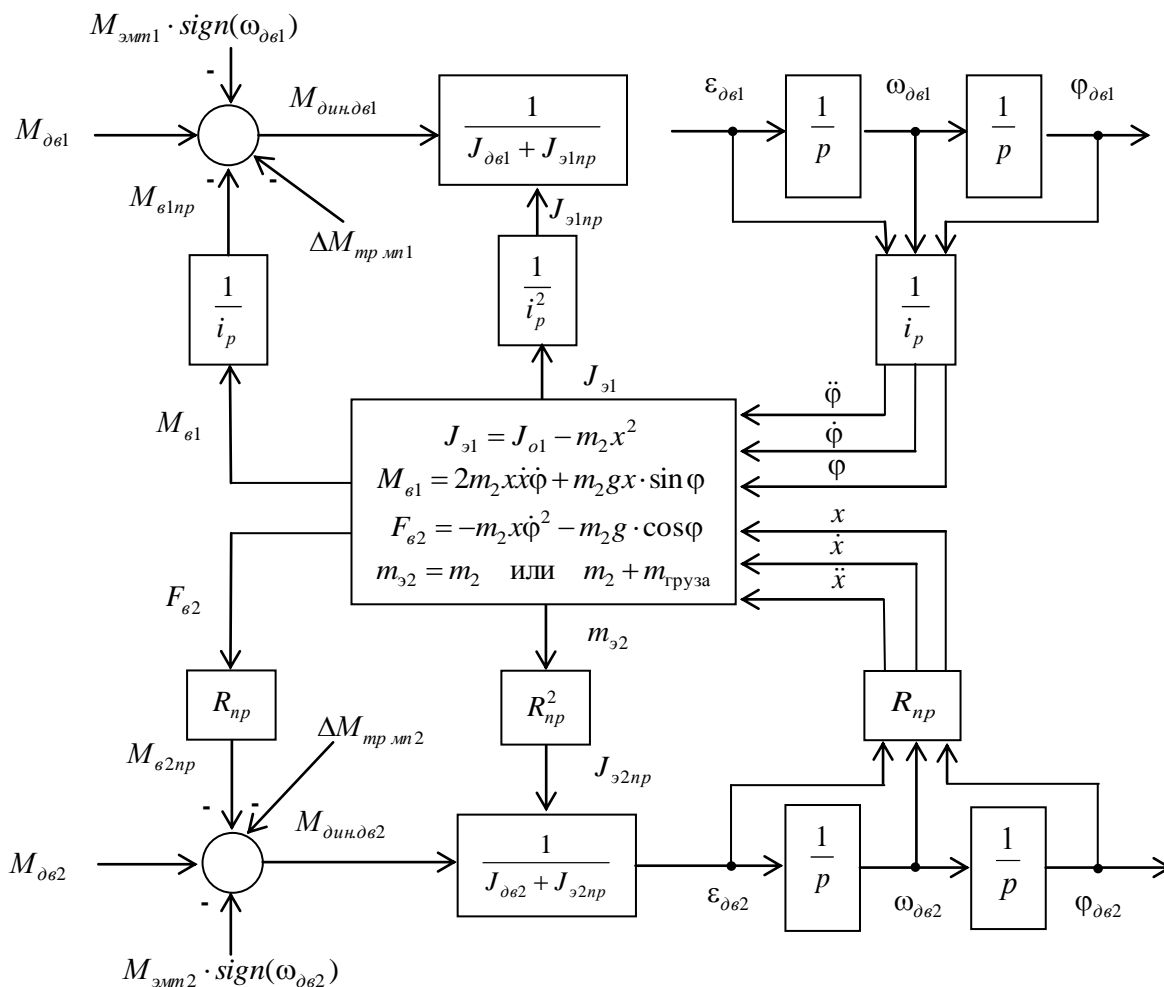


Рис. 2. Структурна схема механічної частини робота

У схемі поєднуються не приведені величини, записані відносно осей ланок робота з величинами, приведеними до осей приводних двигунів.

У центральній частині схеми представлений блок, який можна назвати блоком обчислення збуджуючих дій в не приведених величинах. На вхід цього блоку подаються координати і їх похідні всіх ланок робота. Обчислення поточних значень збуджуючих моментів і сил, а також поточних значень інерційних мас проводяться по виведених формулах (2) і (3). До маси другої ланки при необхідності можна додавати масу вантажу. Розраховані значення збуджуючих дій і інерційних мас приводяться через коефіцієнти приведення i_p та R_{np} до осей відповідних двигунів. До приведених моментів інерції ланок додані моменти інерції приводних двигунів. Узагальнені сили M_1 і F_2 перетворені в моменти двигунів ланок $M_{\delta e1}$ і $M_{\delta e2}$. У схемі також врахована наявність на валу двигунів електромагнітного гальма. Моментом сил тертя та моменту гальмування електромагнітного гальма притаманний характер реактивного моменту. До суми моментів на суматорах моментів в структурній схемі також додані моменти втрат на тертя $\Delta M_{mp, mn}$ в механічних передачах, що знімає прийняте раніш допущення

$$\Delta M_{mp, mn} = |\Delta M_{mp, mn}| \cdot \text{sign}(\omega_{\delta e}). \quad (4)$$

При спрощених розрахунках момент тертя можна розраховувати через номінальний ККД механічної передачі. Для збільшення точності розрахунків ККД передачі потрібно враховувати як змінну величину, розділяючи втрати на постійні та змінні.

На рис. 3 представлена функціональна схема електроприводу n -ланкового робота. Крім електричної та механічної частини електроприводу для кожної ланки використовується керований перетворювач КП, а також трьохконтурна система керування. Контур керування струмом і швидкістю є внутрішніми, а контур керування переміщенням – зовнішнім, який замкнений через систему числового програмного керування СЧПК, в якій формуються завдання на переміщення окремих ланок. При цикловому керуванні для кожної ланки формуються завдання на переміщення, які подаються на електроприводи стрибком і відпрацьовуються із обмеженнями за максимальними моментами та швидкостями, встановленими в відповідних регуляторах. При контурному керуванні завдання поступають на окремі електроприводи як функції, узгоджені між окремими ланками і розгорнуті у часі. Для підвищення точності відпрацювання завдань в СЧПК можуть формуватись також завдання за струмом N_{zc} і за швидкістю N_{zsh} , які використовуються в регуляторах. Представлена структурна схема наочно пояснює принципи вирішення задач аналізу і синтезу режимів роботи ланок робота і їх електроприводів.

Задачі аналізу. У математичній моделі, що побудована відповідно до структурної схеми рис. 2, на вхід подають моменти двигунів $M_{\delta e1}(t)$ і $M_{\delta e2}(t)$ заданої форми. Система приходить до руху, причому координати кожної ланки відпрацьовуватимуться в строгій відповідності із взаємним впливом ланок. На виході моделі, як шукані величини, отримуємо переміщення, швидкості і прискорення ланок, всі складові сил і моментів, зміни інерційних мас. Розв'язанням завдання аналізу можна вважати і моделювання електроприводів ланок робота з багато контурними системами керування при відпрацюванні реакції системи на керуючі дії будь якої форми (стрибоподібної, як в системах циклового керування або розгорнутих у часі, як в системах контурного керування).

Задачі синтезу. Цей клас задач якнайкраще підходить для розрахунків і побудови діаграм навантаження механізмів і електроприводів з числовим програмним управлінням, а саме роботів і верстатів. Для реалізації числового програмного управління всі рухи ланок робота заздалегідь розраховують і програмують з урахуванням конструктивних і технологічних вимог і обмежень за прискореннями, швидкостями і переміщеннями. Таким чином, можна вважати заданими всі координати ланок у часі, тобто функції $\varphi(t)$, $\dot{\varphi}(t)$, $\ddot{\varphi}(t)$, $x(t)$, $\dot{x}(t)$, $\ddot{x}(t)$.

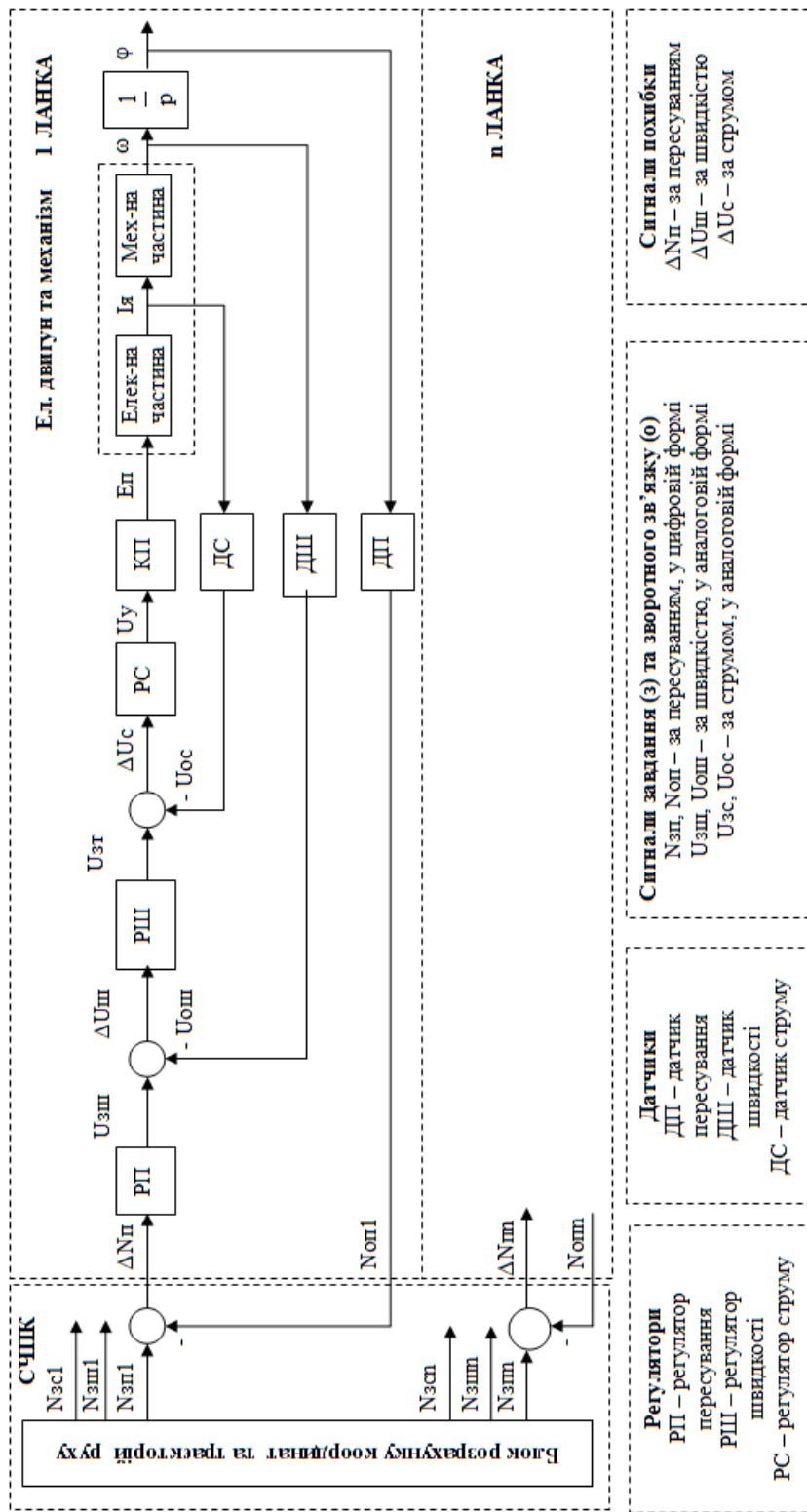


Рис. 3. Функціональна схема електричної частини електродвигунів промислового робота

Підставляючи їх в (2) і (3) на окремих інтервалах часу, отримуємо залежності (графіки) необхідних узагальнених сил $M_1(t)$ і $F_2(t)$, тобто діаграму навантаження механізму. Графіки будуються для робочого ходу (з вантажем) і холостого ходу (без вантажу) робота.

Перетворивши узагальнені сили до осей двигунів і врахувавши власні моменти інерції двигунів, отримуємо діаграми навантажень для кожного з двигунів. Розрахункові діаграми навантажень використовуються для попереднього вибору двигунів і перевірки їх по нагріву і перевантажувальній здатності. Після уточнення параметрів двигунів і системи керування, повертаються до задачі аналізу і проводять в необхідному обсязі дослідження динамічних режимів, відпрацьовують дії керуючих та збурюючих впливів.

Ілюстрацію розрахунку діаграм швидкості і навантаження ланок та їх електроприводів наведемо на прикладі структури робота, що розглянута, із такими параметрами:

1 ланка: $J_{01}=8 \text{ кгм}^2$; $i_p=31,5$; $\eta_p=70 \%$.

2 ланка: $m_2=10 \text{ кг}$; $m_{гп}=2 \text{ кг}$, $R_{гп}=0,03 \text{ м}$; $\eta_{мп}=70 \%$.

ККД механічних передач тут взято навмисне невеликий, для того, щоб візуально підкреслити на ілюстраціях їх вплив на діаграму навантаження.

Моменти інерції двигунів ланок (спеціальні високомоментні мало інерційні двигуни типу ПВ):

$$J_{0\delta 1}=0,00295 \text{ кгм}^2; J_{0\delta 2}=0,0021 \text{ кгм}^2.$$

Заданий тип тахограми — із обмеженнями максимальних швидкостей і прискорень, тобто трапецеїдальний:

$$\dot{\varphi}_m = 6 \text{ 1/с}; \dot{x}_m = 6 \text{ м/с}; \ddot{\varphi}_m = 40 \text{ 1/с}^2; \ddot{x}_m = 50 \text{ м/с}^2.$$

$$\text{Задані пересування ланок: } \varphi_3 = \pi; x_3 = 1 \text{ м}.$$

На рис 4 представлені розрахункові діаграми руху обох ланок, а на рис. 5 у полярній системі координат, в якій саме і працює даний робот, представлена траєкторія руху схопа робота. Кутове і поступальне прискорення на графіках рис. 4 зменшено у 10 разів.

На графіках обидва приводи стартують одночасно і на робочому і на неробочому ході. Друга ланка відпрацьовує задану координату скоріш за першу, тому при робочому ході майже 2/3 ходу схопа відповідає переміщенню за дугою із радіусом $R=x_3$. На неробочому ході знов друга ланка виконує свій заданий рух швидше за першу, тому ті ж 2/3 часу — це поворот схопа навколо осі O_1 при $x=0$.

На рис. 6, а і в, прискорення зменшені у 10 разів. На діаграмах навантаження суцільною прямою позначені узагальнені сили ланок M_1 і F_2 , розраховані за формулами (2) і (3).

Ці сили побудовані із коефіцієнтами, рівними коефіцієнтам приведення, для зручності співставлення із моментами двигунів. Тобто $M_1=M_1/i_p$, а $M_2=F_2 \cdot R_{гп}$. Фактично це приведені до осей двигунів моменти, але без врахування ККД механічних передач. Пунктирними лініями накреслені ці ж приведені моменти із урахуванням ККД механічних передач і режимів роботи двигунів.

Крім моментів навантаження від ланок, на осях двигунів діють також додаткові динамічні моменти, пропорційні прискоренням та моментам інерції двигунів. Лінії штрих пунктирні відповідають реальним моментам на осях двигунів із урахуванням власної динамічної складової моментів.

Синтез діаграм руху із заданою траєкторією. На прикладі рис. 4 бачимо, що при формуванні руху, коли кожна ланка робота незалежно відпрацьовує свою задану координату, траєкторія руху схопа робота буде нелінійною і, в загальному випадку, досить довільною. Для виконання інших технологічних задач рух схопа повинен відповідати заданій траєкторії, наприклад прямій лінії, або дузі заданого радіусу. Тут не можна планувати рух довільно для координат кожної ланки, а треба їх узгоджувати за певними математичними залежностями.

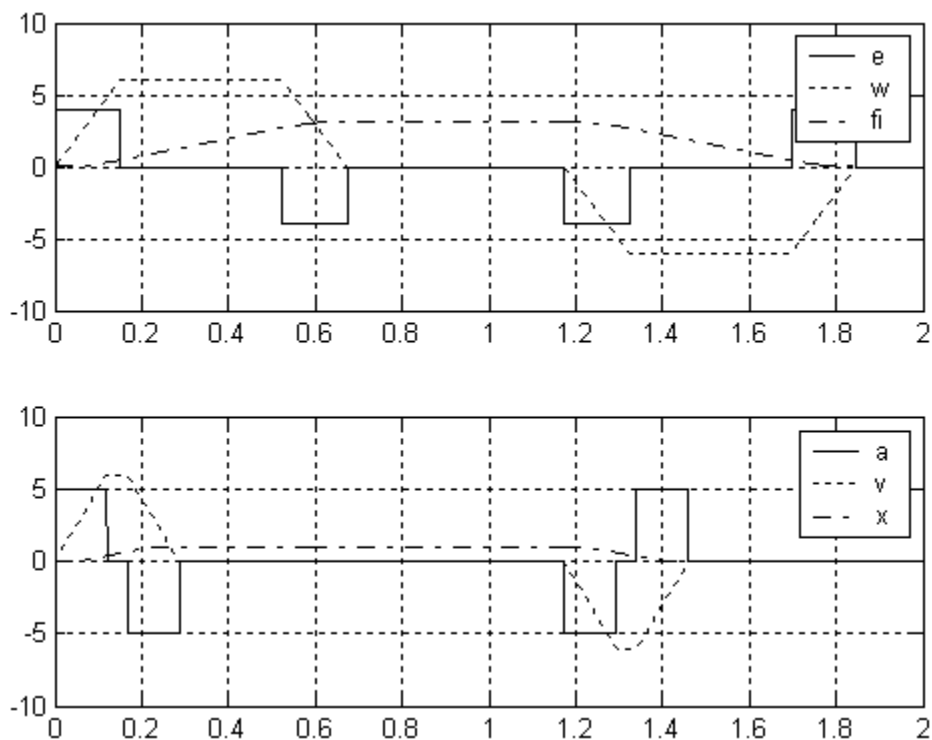


Рис. 4. Задані діаграми руху першої ланки (ϵ , ω , ϕ) і другої ланки (a , V , x)

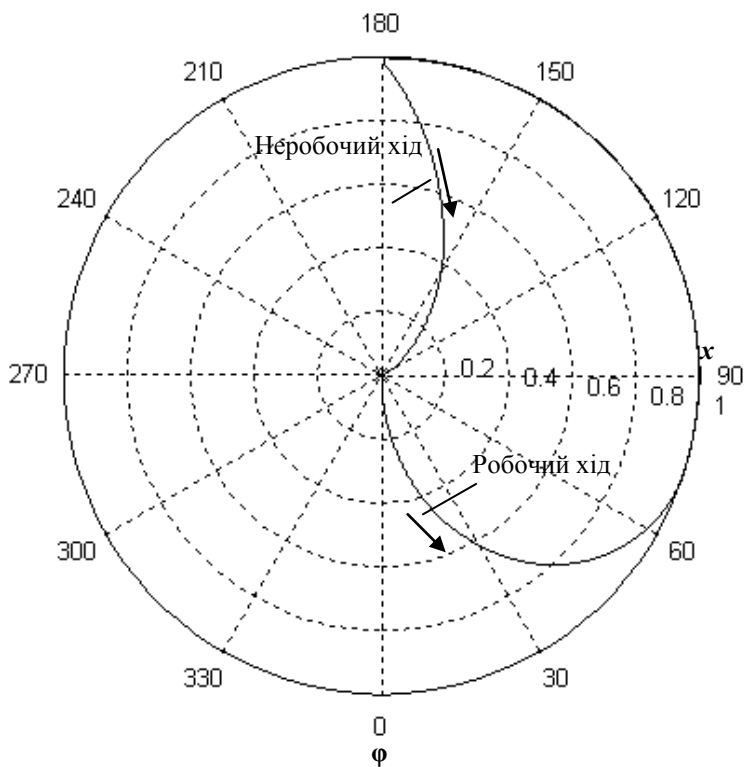


Рис. 5. Діаграма руху схопа робота у полярних координатах ϕ , x .

Розглянемо приклад руху схопа по прямій лінії від початкової точки ($\varphi_{п}=0$; $x_{п}=1$ м) до кінцевої точки ($\varphi_{к}=5\pi/6$ рад; $x_{к}=1$ м). У Декартовій системі координат, рис. 6, із центром, суміщеним із центром полярної системи, початкові і кінцеві координати мають значення

$$x_{дп}=0; y_{дп}=-1; x_{дк}=x_{к} \cdot \cos(\varphi_{п}-\pi/2); y_{дк}=x_{к} \cdot \sin(\varphi_{п}-\pi/2).$$

Задаємось рівнянням зміни координати x_d у часі

$$x_d = x_{дп} + kt, \tag{5}$$

де k — коефіцієнт, що задає швидкість зміни координати.

Тоді, згідно до рівняння прямої, друга координата у Декартовій системі

$$y_d = y_{дп} + (x_d - x_{дп}) \frac{y_{дк} - y_{дп}}{x_{дк} - x_{дп}}. \tag{6}$$

Графіки розгортання координат x_d та y_d у часі є прямими лініями.

Отримані координати перетворюємо у координати полярної системи

$$x = \sqrt{x_d^2 + y_d^2}; \quad \varphi = \pi - \arccos \frac{y_d}{x}. \tag{7}$$

Ці координати у часі представлені більш складними функціями (7), рис. 8,а, не схожими ні на одну із розглянутих. Якщо синхронно відпрацьовувати отримані координати x і φ у полярній системі координат за заданий час 1,5 с, схоп робота рухається за заданою прямою лінією, рис. 8, б, як і в Декартовій системі координат.

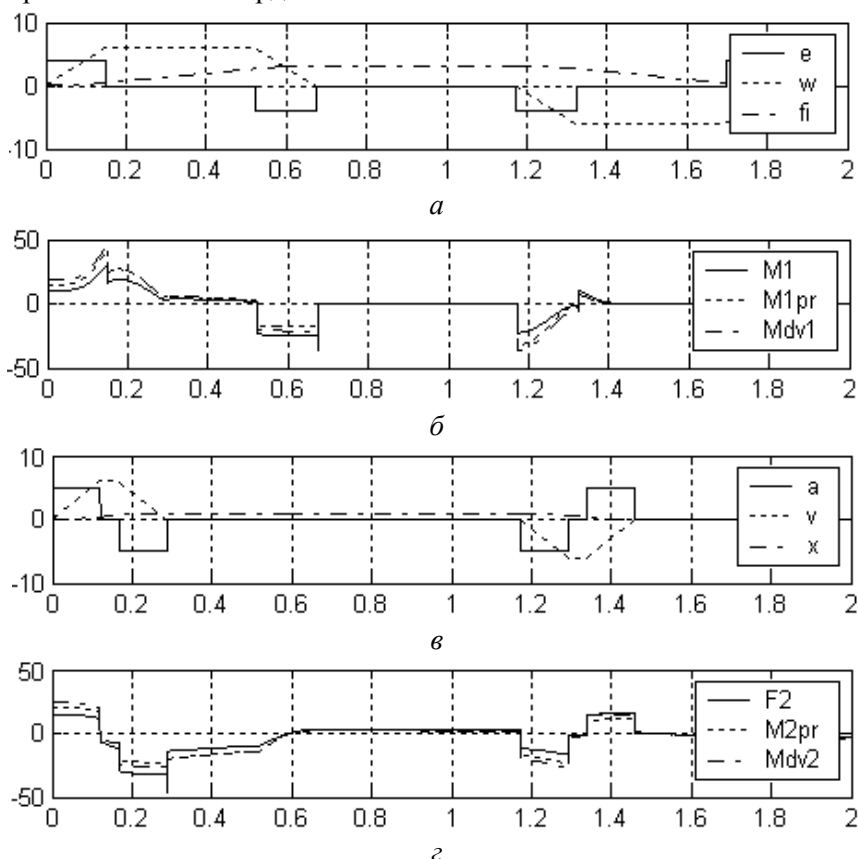


Рис. 6. Діаграми руху (а, в) і навантаження (б, г) на осях ланок: M_1, F_2 — узагальнені сили на осях ланок; M_{1pr}, M_{2pr} — моменти узагальнених сил, приведені до осей двигунів; M_{dv1}, M_{dv2} — діючі моменти на осях двигунів

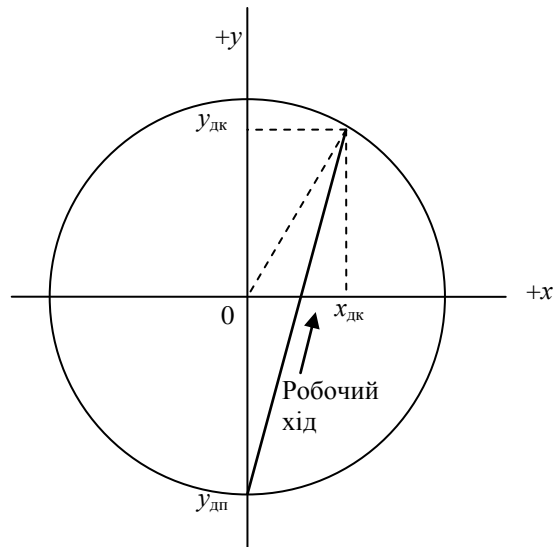


Рис. 7. Рух, що планується, у Декартовій системі координат

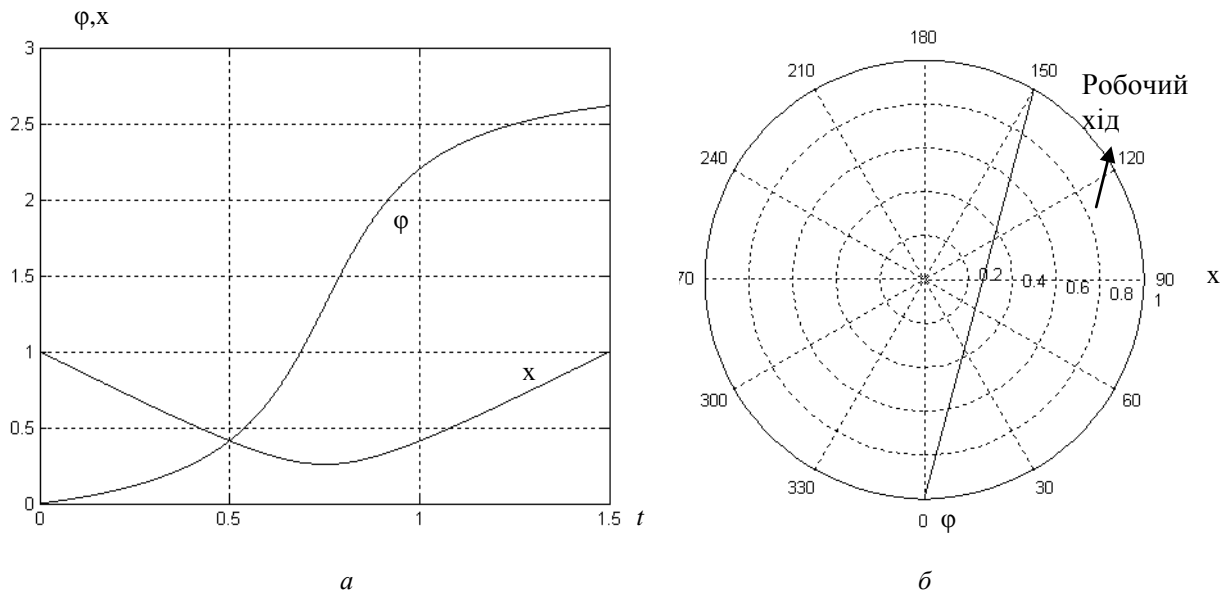


Рис. 8. Зміна у часі координат x та φ ланок робота (а) та траєкторія руху схопу робота у полярній системі координат (б)

Висновки. Теоретичні основи прямих і зворотних задач механіки дають можливість розв'язання суцільно практичних завдань планування руху і побудови тахограм та діаграм навантаження автоматизованих електроприводів складних багатокординатних механізмів.

Література

1. Kropf, J. Simulation of a Control for a Robot with Two Degrees of Freedom an E-learning Example / J. Kropf, O. Andriushchenko // Simulation News Europe. — 2006. — № 16/1. — P. 25-26.
2. Андрющенко О.А. Диаграммы движения электромеханических систем. Електромашинобудування та електрообладнання. — 2008. — Вип. 70. — С. 11 — 17.

References

1. Kropf, J. Simulation of a Control for a Robot with Two Degrees of Freedom an E-learning Example / J. Kropf, O. Andriushchenko // Simulation News Europe. — 2006. — # 16/1. — pp. 25 — 26.
2. Andriushchenko, O.A. Diagrammy dvizheniya jelektromehanicheskikh sistem [Diagramy dvizheniya elektromehanicheskikh system] / O.A. Andriushchenko // Elektromashynobuduvannya ta elektroobladnannya [Electrical machinery and electrical equipment]. — 2008. — Iss. 70. — pp. 11 — 17.

Рецензент д-р техн. наук, проф. Одес. нац. політехн. ун-ту Костенко В.Л.

Надійшла до редакції 20 грудня 2012 р.