

**ВІРТУАЛЬНІ МОДЕЛІ В ПРОЕКТУВАННІ
ПОЛІМАТЕРІАЛЬНИХ СИСТЕМ**

Швець П. С., Торопенко О. В., Хуссain В. Ш., Абу Шена О. М. А.

Головною проблемою антикризового проектування плоских та багат шарових елементів об’єкта є забезпечення заданого передавання дії (механічної, теплової, тощо) крізь елемент за рахунок визначення матеріалу та розмірів окремих шарів. Хай деякому впливу треба розповсюдитися від точки (0; 0) (рис. 1) до точки із координатами (x_A; L), долаючи при цьому шлях крізь дві зони (I та II) двома відрізками прямих ОХ та ХА.

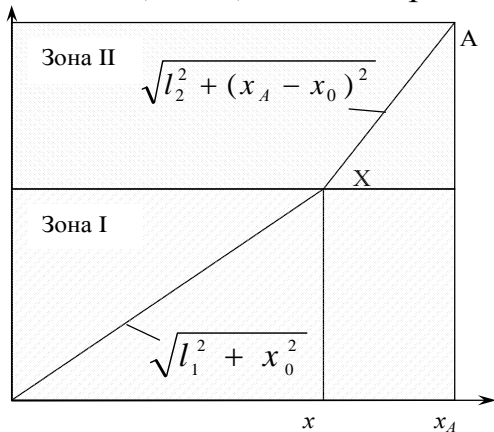


Рисунок 1 – Схема до розрахунку оптимального за часом шляху подолання двох зон із різними протяжністю та властивостями

Точка X завжди розташована на границі між зонами I та II, ширина яких l_I та l_{II}:

$$l_I + l_{II} = L, \tag{1}$$

Якщо властивості (наприклад, швидкість) перенесення впливу однакові (v_I = v_{II} = v) для обох зон, найшвидшим шляхом між O і A буде відрізок OA, а час його подолання, відповідно:

$$\tau = \frac{L}{v}. \tag{2}$$

Якщо швидкості v_I та v_{II} нерівні, «прямий» шлях OA, з точки зору мінімуму часу, стає неоптимальним, і задача оптимізації зводиться до пошуку такої точки «перелому» шляху X(x; l_I) при якій τ_I + τ_{II} = τ_{min}.

Оскільки l_I – задане число, пошук зводиться до розрахунку x_{min} → τ_{min}(x). Тепер сформулюємо задачу оптимізації:

$$x \in \{0; x_A\}: f(x^*) = \min_{x \in \{0; x_A\}} f(x). \tag{3}$$

Для побудови f(x) згадаємо, що метою оптимізації в задачі (3) в нашому випадку є мінімізація часу перенесення впливу від O до A, а також, що цей час є сумою часу перенесення від точки O до точки X і від точки X до точки A із відповідними швидкостями:

$$\tau_I = \frac{l_I}{v_I}; \quad \tau_{II} = \frac{l_{II}}{v_{II}}; \quad \tau = \tau_I + \tau_{II} \tag{4}$$

Таким чином, цільовою функцією оптимізації є час τ, а єдиним оптимізуючим аргументом – координата x точки X.

Інші характеристики (l_I, l_{II}, v_I, v_{II}, x_A) є в конкретному розрахунку сталими і можуть варіюватися в процесі зміни проєктованих параметрів у двоматеріальному об’єкті.

З рис. 1 та виразу (4) отримуємо:

$$\tau_I = \frac{\sqrt{l_I^2 + x^2}}{v_I}; \quad \tau_{II} = \frac{\sqrt{l_{II}^2 + (x_A - x)^2}}{v_{II}} \quad \tau = \frac{\sqrt{l_I^2 + x^2}}{v_I} + \frac{\sqrt{l_{II}^2 + (x_A - x)^2}}{v_{II}} \tag{5}$$

Для розв’язання конкретної задачі оптимізації, побудованої із (3):

$$x \in \{0; x_A\}: f(x^*) = \min_{x \in \{0; x_A\}} \frac{\sqrt{l_I^2 + x^2}}{v_I} + \frac{\sqrt{l_{II}^2 + (x_A + x)^2}}{v_{II}}, \quad (6)$$

призначимо сталі: $l_I = 1$ м, $l_{II} = 2$ м, $v_I = 1$ м/с, $v_{II} = 0,5$ м/с, $x_A = 10$ м. Тоді вираз (6) перетворюється на:

$$x \in \{0; x_A\}: f(x^*) = \min_{x \in \{0; x_A\}} (\sqrt{1 + x^2} + \sqrt{64 + 16(10 - x)^2}). \quad (7)$$

Оптимізацію виразу, який в (7) стоїть під знаком \min , можна виконати двома способами.

Перший спосіб – аналітичний. Для цього прирівнюємо до 0 похідну:

$$\frac{x^*}{v_I \sqrt{l_I^2 + x^{*2}}} + \frac{x_A - x^*}{v_{II} \sqrt{l_{II}^2 + (x_A - x^*)^2}} = 0. \quad (8)$$

Розв'язуючи рівняння (8) отримуємо значення $x^* = 9,12$ м, а відповідний йому мінімальний час $\tau_{\min}(x^*) = 17,928$ с.

На жаль, обчислювальний шлях лише до одного результату (а в САПР такі результати перебирають тисячами) в найпростішому випадку (дві зони, які складаються з ізотропних матеріалів) виявляється настільки великим, що його не можна рекомендувати до практичного використання.

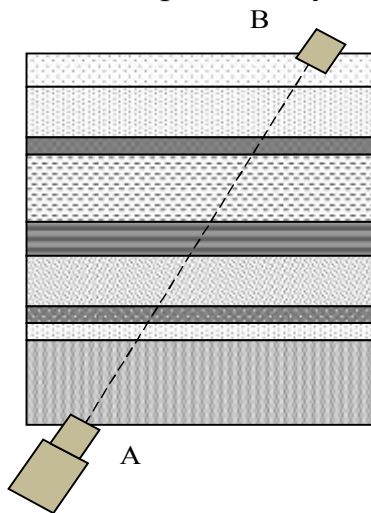


Рисунок 2 – Багатошарова пластина

Тому в роботі спочатку застосовували чисельний метод розв'язання задач оптимізації композиційних об'єктів. За його допомогою прийнятний результат було приблизно знайдено, але й цей, чисельний шлях виявляється досить складним навіть для найпростішого двохшарового варіанту. Більш точний результат розв'язання задачі (6) може бути знайдений, наприклад, методом підбору, але й він, навіть для зовсім простої двовимірної задачі, є математично складним випробуванням.

Тому для складних (багатошарових) випадків було застосовано метод віртуальної моделі. Розглянемо проектування багатошарової пластини (рис. 2). Необхідно спроектувати товщину та матеріал окремих пластин так, щоб вони працювала в якості фільтра, який на шляху від джерела широкого спектра коливань А до приймача Б подавляє деякий спектр частот. Для розрахунку параметрів розповсюдження коливань крізь цей об'єкт розглянемо віртуальну модель цього об'єкта, в якій джерело А випромінює коливання тільки однієї частоти, причому **одночасно різної**. Далі для кожного окремого шару обчислюємо таку частоту, яка найбільш відповідає умовам задачі. Фінішний перехід полягає у відтворенні фізично припустимого стану (частота єдина), що досягається відповідним перерахуванням товщин шарів об'єкта. Таким чином, при автоматизованому проектуванні багатошарових відновлюваних елементів був використаний метод який враховує особливості проникнення впливів крізь шари з різноманітних матеріалів.