

А.А. Бондарь, Ю.М. Дудзинский, д-р физ.-мат. наук, А.А. Коряченко,  
А.Л. Становский, д-р техн. наук, Одесса, Украина

## МЕТОД ВИРТУАЛЬНОГО ОБЪЕКТА ПРИ МОДЕЛИРОВАНИИ ЖИЗНЕННОГО ЦИКЛА ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ

*Запропоновано метод моделювання життєвого циклу динамічних систем за допомогою віртуального об'єкта, область існування якого не співпадає за часом із областю існування об'єкта моделювання. Метод розраховано на використання при автоматизованому проектуванні технологічних процесів, які забезпечують самосинхронізацію подій в своїх підсистемах.*

*Предложен метод моделирования жизненного цикла динамических систем с помощью виртуального объекта, область существования которого не совпадает по времени с областью существования объекта моделирования. Метод рассчитан на применение при автоматизированном проектировании технологических процессов, обеспечивающих самосинхронизацию событий в своих подсистемах.*

*The method of dynamic systems life cycle modeling by means of the virtual object which area of existence does not coincide on time with area of modeling object existence is offered. The method is calculated on application at the automated designing of the technological processes providing self-synchronization of events in the subsystems.*

Вопросы самосинхронизации подсистем объектов проектирования и управления представляют значительный интерес при создании и эксплуатации нестабильных технических систем [1]. В этих условиях актуальной представляется проблема моделирования жизненного цикла таких объектов, в особенности, при создании моделей таких динамических систем, у которых жизненный цикл выходит за временные рамки области определения параметра состояния, определяющего траекторию его движения.

Для самосинхронизации, прежде всего, необходимо, чтобы объект представлял собой динамическую систему, порожденную дифференциальными

$$\frac{dy}{d\tau} = f(y), y \in \mathbf{R}^n \quad (1)$$

или разностными уравнениями:

$$y(t+1) = f(y(t)), t \in \mathbf{Z}, y \in \mathbf{R}^n \quad (2)$$

где  $\tau$  – непрерывное время;  $t$  – дискретное время;  $y$  – множество учитываемых параметров объекта;  $\mathbf{R}^n$  – размерность пространства учитываемых состояний, в котором движется объект,  $\mathbf{Z}$  – множество целых чисел [2].

Условие 1. Уравнения (1) или (2) порождают динамическую систему, если по любому начальному состоянию  $y_0 \in \mathbb{R}^n$  однозначно определяется траектория  $y \in \mathbb{C}, y_0 \subset$  при  $\tau \in \mathbb{I}, +\infty \supset$ , где  $y \in \mathbb{C}, y_0 \supseteq y_0$ .

Рассмотрим в качестве примера такого динамического объекта систему «отливка – песчаная литейная форма». Выбор этого объекта обоснован тем, что он естественно распределяется, по меньшей мере, на две подсистемы: отливка и форма; между подсистемами существует весьма тесная связь – все сдвиги и события, которые происходят в одной подсистеме, немедленно отражаются на другой; существует явным образом выраженная цель синхронизации событий в подсистемах – качество отливок.

Рассмотрим систему «отливка – форма» как динамическую, то есть такую, в которой по любому начальному состоянию  $y_0 \in \mathbb{R}^n$  в соответствии с Условием 1 дальнейшая траектория ее движения  $y(\tau, y_0)$  в  $n$ -мерном фазовом пространстве  $y$  определена однозначно [2].

Пусть в нашем примере в каждой из подсистем  $n = 1$ , т.е. фазовое пространство обеих подсистем одномерно, а именно: подсистема «отливка» характеризуется ее температурой  $T$ , а подсистема «песчаная форма» – давлением газов в ее рабочем слое  $P$ .

Пусть специалистами в предметной области (в данном случае – в литейном производстве) установлено что при литье в песчано-смоляные формы одновременное (с некоторым допуском  $\varepsilon$ ) и безотносительное к конкретному значению времени достижение температурой отливки значения  $T = 1743$  К и давлением газов в порах песчаной формы значения  $P = 215$  Па обеспечивает получение стальных отливок с качественной поверхностью [3].

Тогда у системы «отливка – форма»  $n = 2$ , а вектор фазового состояния  $y(\tau, y_0)$  состоит из двух компонентов:  $T(\tau, T_0)$  и  $P(\tau, P_0)$ . Задаваясь начальными значениями:  $\tau_0 = 0$  (момент окончания заливки),  $T_0 = 1823$  К (температура заливки) и  $P_0 = 0$  Па (давление окружающей среды), получим на интервале  $0 \leq \tau \leq 35$  с траекторию движения  $y(\tau, y_0)$  в виде двух кривых (рис. 1, а, б).

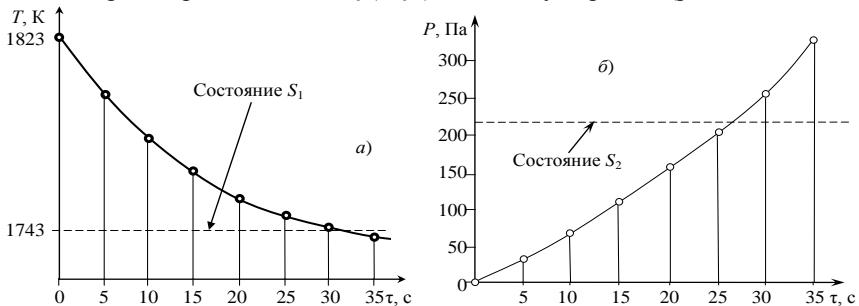


Рисунок 1 – Движение системы «отливка – форма» в фазовом пространстве:  
а – температура отливки  $T$ ; б – давление в порах песчаной формы  $P$ .

Динамическая система, которая самопроизвольно движется во времени и пространстве своих состояний, может подвергаться действию аттракторов, «притягивающих» систему к некоторому конечному относительно стабильному состоянию. Как известно, аттрактор динамической системы – замкнутое, инвариантное множество в ее фазовом пространстве [4].

*Условие 2.* Множество  $K$  является локальным аттрактором динамической системы (1) или (2), если выполняется соотношение:

$$\lim_{\tau \rightarrow \infty} \rho[K, y, y_0] = 0, \quad \forall y_0 \in K \quad (3)$$

где  $K$  – множество точек  $x$ , для которых  $\rho[K, y] \leq \varepsilon$ ;  $\rho[K, y] = \inf_{z \in K} |z - y|$ ;  $|\cdot|$  – евклидова норма в  $\mathbf{R}^n$ ,  $K(\varepsilon)$  – множество точек  $y$ , для которых  $\rho[K, y] \leq \varepsilon$ .

Так как в случае самосинхронизации аттрактор представляет собой некоторую зону шириной  $\varepsilon$  вдоль линии  $y = 0$ , примем  $K = 0$ , и (3) преобразуется к виду:

$$\lim_{\tau \rightarrow \infty} \rho[0, y_0] = 0, \quad \forall y_0 \in K \quad (4)$$

Найдем теперь вид зависимости  $y, y_0$ . Пусть некоторый динамический объект состоит из двух подсистем состояние которых описывается зависимостями:

$$y_1 = f_1(\tau, y_2, y_{10}); y_2 = f_2(\tau, y_1, y_{20}). \quad (5)$$

Подставляя в (5)  $y_1 = S_1; y_2 = S_2$ , получим систему

$$S_1 = f_1(\tau, y_2(\tau), y_{10}); S_2 = f_2(\tau, y_1(\tau), y_{20}). \quad (6)$$

решая которую относительно времени самосинхронизации, получим:

$$\tau_{S_1} = \tilde{f}_1(S_1; y_2); \quad \tau_{S_2} = \tilde{f}_2(S_2; y_1). \quad (7)$$

В выражениях (7)  $\tau_{S_1}, \tau_{S_2}, S_1, S_2, y_{10}, y_{20}$  – суть числа. Поэтому их можно записать так:

$$\tau_{S_1} = \tilde{f}_1(S_1); \quad \tau_{S_2} = \tilde{f}_2(S_2). \quad (8)$$

Теперь можно сформулировать цель самосинхронизации:

$$|\tau_{S_1} - \tau_{S_2}| = |\tilde{f}_1(S_1) - \tilde{f}_2(S_2)| \leq \varepsilon. \quad (9)$$

Поскольку мы хотим, чтобы условия самосинхронизации были для литейного объекта аттрактором, примем:

$$y, y_0 = \tilde{f}_1(S_2) - \tilde{f}_2(S_1). \quad (10)$$

Соответственно, (8) приобретет конечный вид:

$$\lim_{\tau \rightarrow \infty} |\tilde{f}_1(S_2) - \tilde{f}_2(S_1)| = 0, \quad \forall y_0 \in K \quad (11)$$

Выражение (11) является ключевым, поскольку выполнение этого условия – суть необходимое и достаточное условия самосинхронизации событий. Отметим также, что условие (11) есть прогнозно-расчетным, то есть речь идет уже не о движении динамической системы в течение времени в

пространстве множества (в нашем примере – двухмерного) своих параметров, а о движении расчетного (виртуального) времени синхронизации в пространстве множества фактических (реально измеренных) параметров динамической системы.

Схема жизненного цикла объекта проектирования представлена на рис. 2. На схеме на осях отложено время  $\tau$  и параметр десинхронизации  $\Delta$ , имеющий двойное значение:

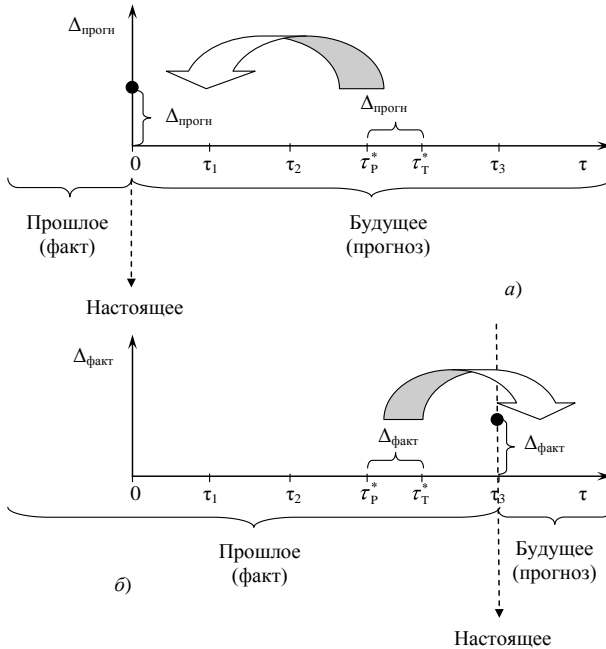


Рисунок 2 – Схема к описанию жизненного цикла объекта проектирования:

а – прогноз на период  $\tau \rightarrow \tau_T^*$ ; б – факт на период  $\tau_T^* \rightarrow \tau$

– если настоящее время  $\tau_{\text{наст}}$  (на рис. 1, а  $\tau_{\text{наст}} = 0$ ) меньше большего из значений  $\tau_P^*$  и  $\tau_T^*$  (рис. 1, а), то  $\Delta$  – суть прогнозное значение модуля  $|\tau_P^* - \tau_T^*|$ , полученное, например, расчетом по моделям подпроцессов;

– если настоящее время  $\tau_{\text{наст}}$  (на рис. 1, б  $\tau_{\text{наст}} = \tau_3$ ) больше большего из значений  $\tau_P^*$  и  $\tau_T^*$  (рис. 1, б), то  $\Delta$  – суть фактическое значение модуля  $|\tau_P^* - \tau_T^*|$ , полученное, например, измерением.

Движение объекта проектирования в одномерном пространстве состояний, где единственным измерением является функционал (10) в левой (по графику) части своего жизненного цикла является виртуальным, т.к. функционал не существует на этом интервале (события еще не произошли!).

Его отображением является дискретный ряд точек, полученных расчетом для каждого конкретного промежуточного состояния объекта в «реальных» координатах (рис. 3).

Поскольку при проектировании целью расчета является выполнение условия  $|\tau_p^* - \tau_T^*| = 0$ , начало виртуального состояния объекта всегда совпадает с началом координат (точка 1, рис. 3).

Заметим, что точка (0, 0) в процессе проектирования является заданием на проектирование, т.к. при этом реализуются методы решения *обратной* задачи: от следствия (задания) к причинам: свойствам объекта как динамической системы (1) или (2).

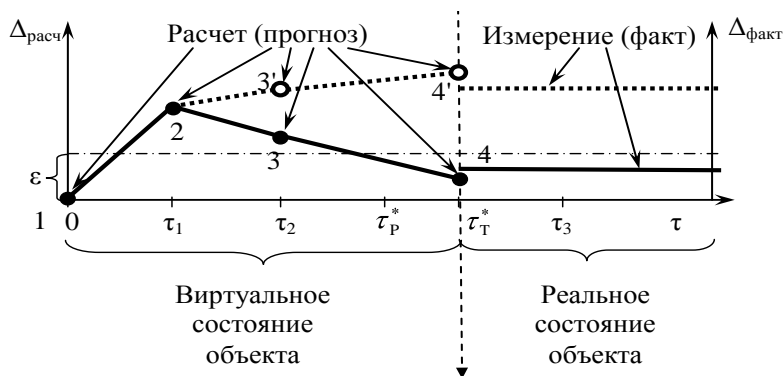


Рисунок 3 – График жизненного цикла объекта проектирования

Если в некоторый момент времени  $\tau_1$  измерить реальное состояние объекта, то расчет  $|\tau_p^* - \tau_T^*|$  может быть выполнен для этого состояния как для начального.

Это будет уже *прямой* расчет, который с точностью, определяемой точностью расчетной модели, покажет, на сколько прогнозное значение  $|\tau_p^* - \tau_T^*|$  отклонится в этом случае от нуля (точка 2, рис. 3).

В дальнейшем, отклонения неучтенных расчетом параметров могут привести к увеличению прогнозного значения  $|\tau_p^* - \tau_T^*|$ , которое может выйти за границы допустимого коридора шириной  $\varepsilon$  (точки 3' и 4', рис. 6), либо, наоборот, к его уменьшению, вплоть до возвращения к выполнению неравенства  $|\tau_p^* - \tau_T^*| < \varepsilon$  (точки 3 и 4, рис. 3).

Условное соединение этих расчетных точек с помощью сплошных или пунктирных линий позволяет обозначить некоторый условный «путь» виртуальной (прогнозной) части жизненного цикла рассматриваемого

объекта, когда параметр, по которому он оценивается ( $|\tau_p^* - \tau_T^*|$ ), еще не существует.

Так как прошлое (фактическое, измеренное) значение  $|\tau_p^* - \tau_T^*|$  неизменно на интервале  $\tau_T^* \rightarrow \infty$ , (оба события уже произошли), соответствующая этому интервалу часть графика, отражающего реальный жизненный цикл исходного объекта, представляет собой реальную горизонтальную прямую линию на рис. 3. При этом сдвиг на границе между виртуальным и реальным состояниями объекта определяется погрешностью расчета на последнем виртуальном этапе.

Таким образом, все точки ломаной кривой на рис. 3 могут быть получены расчетом из начального состояния объекта. Это означает, что выполняются дискретное динамическое уравнение (2) и Условие 1, а значит система (5) может считаться математической моделью виртуального динамического объекта.

На основании сказанного можно построить уравнение ломаной на рис. 3, которое будет иметь следующий вид:

$$\Delta \tau = \begin{cases} \Delta \tau_{\text{прогноз}} = f_{\text{дискр}}(\mathbf{V}, \mathbf{Q}) \Big|_{0 \leq \tau \leq \tau_T^*}; \\ \Delta \tau_{\text{факт}} = |\tau_T^* - \tau_p^*| \Big|_{\tau_T^* \leq \tau \leq \infty}. \end{cases} \quad (12)$$

где  $f_{\text{дискр}}(\mathbf{V}, \mathbf{Q})$  – дискретная функция, выражающая зависимость значения десинхронизации реальных событий в подсистемах объекта от вектора его внутренних параметров  $\mathbf{V}$  и вектора свойств окружающей объект среды  $\mathbf{Q}$ .

Примером множества компонент вектора  $\mathbf{V}$  может служить множество свойств материалов отливки и формы (химический состав, пористость, плотность, теплоемкость, теплопроводность и пр.), а вектора  $\mathbf{Q}$  – внешних по отношению к форме переменных процесса (скорость и температура заливки металла, температура окружающей среды, расход охлаждающего воздуха и пр.). В определенных пределах компоненты векторов  $\mathbf{V}$  и  $\mathbf{Q}$  доступны для выбора проектирующей системой. Последнее дает возможность положить выражение (12) в основу технологических расчетов в САПР-Т литейного производства.

**Список использованных источников:** 1. Бондарь А.А. Методы самосинхронизации динамических процессов в САПР литейного производства / А.А. Бондарь, Г.В. Кострова, Т.В. Лысенко // Труды Одес. нац. политехн. ун-та. – 2009. – Вып. 2(32). – С. 7 – 10. 2. Леонов Г.А. Странные аттракторы и классическая теория устойчивости движения // Успехи механики. – 2002. – № 3. – С. 3 – 43. 3. Лысенко Т.В. Управление процессами в литейной форме / Т.В. Лысенко, В.П. Малахов, А.Л. Становский. – Одесса: ВМВ, 2009. – 475 с. 4. Фрадков А.Л. Кибернетическая физика: принципы и примеры. – СПб: Наука, 2003. – 208 с.

Поступила в редколлегию 07.06.2010